

בוּחַן - אֵינְפִי 3 - 26/12/2016

26 בדצמבר 2016

זמן הבוחן: שעה וחצי
כל הבוחן שווה 120 נקודות
יש לנמק היטב את כל התשובות

שאלה 1 (30 קודות)

חשב את גבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^3 + n^2}}{\sqrt[3]{n^6 + 2} + \sqrt[3]{n^3 + 4}} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{2n^2 + 1} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1^n + 2^n + \dots + 666^n} \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n!) - \cos(n^n)}{n} \quad (\text{ה})$$

שאלה 2 (30 נקודות)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n} \quad (\text{א})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-2)^n}{3^n} \quad (\text{ב})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n (\ln n)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{ג})$$

שאלה 3 (30 נקודות)

תהי $\{a_n\}$ סדרה כך ש $\forall n : a_n \neq 0$ המקיימת $\forall n : \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$,

(א) הוכח או הפרד: $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| > 1$.

(ב) הוכח או הפרד: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ מתבדר.

שאלה (30 נקודות)

תהי סדרה $\{a_n\}$ נתבונן בתתי סדרות שלה:

$$\{b_k\}_{k=1}^{\infty} = \{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$$

$$\{c_j\}_{j=1}^{\infty} = \{a_{3j}\}_{j=1}^{\infty}$$

ונתון כי $\lim_{j \rightarrow \infty} c_j = M^{-1} \lim_{k \rightarrow \infty} b_k = L$

(א) הראו ש: $L = M$

(ב) הוכיחו או הפריכו: הסדרה a_n מתכנסת.