

שם הקורס: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 1
שבוע 12-13

הנושא: האינטגרל המסוים

1. חשב את האינטגרלים המסוימים הבאים: $\left(\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \right)$

$$\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} dx \quad 3$$

$$\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx \quad 2$$

$$\int_{-1}^1 (3x+1)^2 dx \quad 1$$

$$\int_0^{\ln 2} e^{3x-1} dx \quad 6$$

$$\int_{0.5}^1 \frac{dx}{x(x+1)} \quad 5$$

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{2x+3} \quad 4$$

$$\int_{-1}^3 |x| dx \quad 9$$

$$\int_0^4 \frac{xdx}{x^2+3} \quad 8$$

$$\int_0^4 \frac{xdx}{1+\sqrt{2x+1}} \quad 7$$

$$\int_0^\pi x \sin x dx \quad 12$$

$$\int_0^{\ln 2} x \cdot e^{-x} dx \quad 11$$

$$\int_{-1}^3 |2x-2| dx \quad 10$$

$$\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}} \quad 15$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx \quad 14$$

$$\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx \quad 13$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot \cos^5 x dx \quad 18$$

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx \quad 17$$

$$\int_1^2 \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{x^2} \quad 16$$

$$\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx \quad 21$$

$$\int_0^1 (e^x-1)e^x dx \quad 20$$

$$\int_0^1 x(2-x^2)^{12} dx \quad 19$$

$$\int_e^2 \frac{dx}{x \ln x} \quad 24$$

$$\int_4^9 e^{-\sqrt{x}} x dx \quad 23$$

$$\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} \quad 22$$

$$\int_0^{\frac{x}{2}} \cos^5 t \sin 2t dt \quad 27$$

$$\int_{\frac{1}{x}}^{\frac{2}{x}} \frac{\sin\left(\frac{1}{t}\right)}{t^2} dt \quad 26$$

$$\int_0^5 \frac{dx}{2+\sqrt{3x+1}} \quad 25$$

$$\int_{-1}^1 e^{-x^2} \cdot \sin(x^5|x|+3x^3+x) dx \quad 30$$

$$\int_{\frac{x}{2}}^{\frac{x}{x}} f(t^2) \sin t dt \quad 29$$

$$\int_{\frac{x}{2}}^{\frac{x}{x}} \frac{\sin^3 t dt}{\sin^2 t + 5} \quad 28$$

$$31. \text{ חשב: } \int_0^1 \frac{h'(x) dx}{1+h(x)}$$

תשובות:

1. 8 2. $1\frac{3}{4}$ 3. $17\frac{2}{3}$ 4. $\frac{1}{2} \ln 5$ 5. $\ln \frac{3}{2}$ 6. $\frac{7}{3e}$
7. $2\frac{1}{2}$ 8. $\frac{1}{2} \ln \frac{19}{3}$ 9. 5 10. 8 11. $\frac{1}{2}(1-\ln 2)$ 12. π
13. 4π 14. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 15. $\frac{1}{6}$ 16. $e - \sqrt{e}$ 17. $2 - \frac{\pi}{2}$ 18. $\frac{2}{7}$
19. $\frac{2^{13}-1}{26}$ 20. $\frac{1}{2}(e^2 - 2e + 1)$ 21. $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$

2. שימושים של אינטגרל מסויים:

חשב את השטחים המוגבלים ע"י הקווים הבאים:

א. $\begin{cases} y=0, y=-x+16 \\ 7=x^2 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y=6-x \\ y=-x^2+5z+6 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+3 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} y=x^2-2x-6 \\ y=6-x^2 \end{cases}$ ה. $\begin{cases} y=4x \\ y=-x+5 \\ y=0 \end{cases}$ ו. $\begin{cases} y=-x+3 \\ y=x^2-2x-3 \\ x \geq 0 \end{cases}$

ז. $\begin{cases} y=x^2 \\ y=6-5x \\ y=0 \end{cases}$ ח. $\begin{cases} y=8-x^2 \\ y=12-5x \\ x=0 \end{cases}$

תשובות: א. $10\frac{2}{3}$ ב. 36 ג. $10\frac{2}{3}$ ד. $41\frac{2}{3}$ ה. 10 ו. 13.5 ז. 1

3. א. מצא את נפח של גוף המתקבל מסיבובו סביב ציר ה- x של השטח המוגבל ע"י ההיפרבולה $y = \frac{2}{x}$,

הישרים $x=1$, $x=4$.

ב. השטח המוגבל ע"י הגרפים של הפונקציות $y = \sqrt{x-1}$, $y = \sqrt{5-x}$ וציר ה- x , מסתובב סביב

ציר ה- x . מצא את נפח גוף הסיבוב המתקבל.

ג. חשב את נפח הגוף המתקבל מסיבובו סביב ציר ה- x של השטח המוגבל בין הגרפים של הפונקציות:

$$y = \frac{1}{2}x^2, y = \sqrt{2x}$$

ד. חשב את נפח הגוף המתקבל מסיבובו סביב ציר ה- x של השטח המוגבל ע"י הקווים

$$y = \sin x, y = \cos x$$

תשובות: א. 3π ב. 4π ג. 2.4π ד. $\frac{\pi}{2}$