

1. בספינה תועה נמצאו 20 ילדים. הילדים אינם זוכרים את ימי הולדתם ומעוניינים לקבל יום הולדת.

א. מה מספר האפשרויות לחלק להם ימי הולדת כך שבדיוק 2 ילדים יקבלו יום זהה ו18 ילדים יקבלו כל אחד יומולדת משלו?
פתרון: נבחר את 2 הילדים, ואז נבחר 19 ימי הולדת שונים (אחד לשני

$$\text{הילדים ועוד 18 לילדים האחרים): } 19! \binom{365}{19} \binom{20}{2}$$

$$\text{(אפשר גם } \frac{365!}{346!} * \binom{20}{2} \text{)}$$

ב. מה מספר האפשרויות לחלק להם ימי הולדת כך שיהיה לפחות יום אחד בשנה שאותו יחגגו שני ילדים?

פתרון: נבחר את סך כל אפשרויות הבחירה של ימי הולדת ונחסיר את האפשרויות שאין שני ילדים עם אותו יום הולדת:

$$365^{20} - \frac{365!}{\underbrace{345!}_{\parallel}} = \frac{365!}{\binom{365}{20} 20!}$$

2.

א. כמה מילים שונות ניתן ליצור תוך שימוש בכל האותיות

ABRACADABRA?

A - 5 פעמים, *B* - פעמיים, *C* - פעם אחת, *D* - פעם אחת, *R* - פעמיים.

נחשב את כל הסידורים ונחלק בסידורים הפנימיים: $\frac{11!}{5!2!2!}$

דרך נוספת: לבחור בכל שלב מקומות לכל אות:

$$\binom{11}{5} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$$

ב. בכמה מהן אין כלל שתי אותיות *A* הנמצאות זו ליד זו?

נמקם קודם את שאר האותיות, ואז נמקם את ה*A*ים ברווחים

ביניהם או בקצוות) ואז לא ייוצר מצב שיש 2 *A* צמודות: $\frac{6!}{2!} \binom{7}{5}$

3. בוחרים ועד מקרי בן שלושה אנשים מתוך 6 עורכי דין ו 5 מהנדסים. מה

מספר האפשרויות שהועד יהיה מורכב

א. משני עורכי דין ומהנדס אחד?

$$\binom{6}{2} \binom{5}{1}$$

ב. מעורך דין אחד לפחות?

$$\binom{11}{3} - \binom{5}{3} = \binom{6}{3} + \binom{6}{1} \binom{5}{2} + \binom{6}{2} \binom{5}{1}$$

ג. רק מעורכי דין?

$$\binom{6}{3}$$

4. בכד 8 כדורים שונים. בכמה אופנים ניתן להוציא ממנו בלי החזרה 3 כדורים

כשאינן חשיבות לסדר ההוצאה?

פתרון:

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$$

5.

שאלה:

נתונה כיתה בת 12 תלמידים.

1. בכמה דרכים שונות ניתן לסדר את התלמידים ברשימת תורנות כיתה?

2. בוחרים ועד כיתה בן 3 נציגים. בכמה דרכים שונות ניתן להרכיב את הועד?

3. בוחרים שני תלמידים לשני תפקידים, אחראי ימי-הולדת ואחראי חגים. (אי-אפשר למנות את אותו

התלמיד לשני התפקידים.) כמה אפשרויות יש לביצוע המינויים?

4. עושים רשימת קניות גלידה לכיתה. כל תלמיד בוחר צלוחית עם כדור גלידה באחד הטעמים – שוקולד,

וניל, תות ובננה. מכינים רשימת קניות שכוללת את הטעמים וכמה כדורים נבחרו מכל טעם. כמה דרכים

יש להכנת רשימת הקניות?

תשובה:

1. 12!

2. $\binom{12}{3}$.

3. 12 · 11.

4. השאלה שקולה לשאלת הנחת 12 כדורים (זהים) ב 4 תאים שונים. לכן התשובה היא $\binom{15}{3} = \binom{12+4-1}{4-1}$.

6.

בכיתה יש 15 מהנדסי מחשב ו-9 מהנדסי חשמל. בכמה דרכים ניתן לבחור ועד לכיתה שיכלול 3 מהנדסי מחשב ו-2 מהנדסי חשמל?

פתרון. נבצע שתי בחירות לא תלויות של k אנשים מתוך קבוצה של n אנשים ללא חשיבות לסדר וללא חזרה. כלומר יש $\binom{15}{3} \binom{9}{2} = 16,380$ אפשרויות לבחירת חברי הועד.

7.

נתונות האותיות א,א,א,א,ב,ב,ב,ב,ג,ג,ג,ג,ד,ד,ד,ד (כלומר, 4 פעמים מכל אות). כמה מלים בנות 10 אותיות ניתן ליצור מהן, אם כל אות צריכה להופיע לפחות פעמיים? בכדי להשתמש בנוסחה של תמורות עם חזרות, עלינו לדעת בדיוק כמה אותיות יש מכל סוג. לכן נפריד למקרים זרים:

(א) אות אחת מופיעה 4 פעמים (ושאר האותיות מופיעות פעמיים). במקרה זה ישנן $\binom{4}{1}$ אפשרויות לבחירת האות שמופיעה 4 פעמים, ואז יש לסדר את האותיות:

$$\frac{10!}{4!2!2!2!}$$

(ב) שתי אותיות מופיעות שלוש פעמים, והשתיים הנותרות מופיעות פעמיים. ישנן $\binom{4}{2}$ אפשרויות לבחור את האותיות שתופענה פעמיים, ומספר הסידורים האפשריים (לכל בחירה) הוא:

$$\frac{10!}{3!3!2!2!}$$

התשובה המלאה:

$$\binom{4}{1} \frac{10!}{4!2!2!2!} + \binom{4}{2} \frac{10!}{3!3!2!2!}$$