

תרגיל 7 אינפי 3

29 בנובמבר 2015

1. תהי f פונקציה דיפרנציאבילית בנקודה $(0, 0)$. נגדיר:

$$h(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & xy > 0 \\ 0 & xy \leq 0 \end{cases}$$

הוכיחו שאם $f(0, 0) = f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ אז h דיפרנציאבילית ב- $(0, 0)$.

2. תהיינה f, g פונקציות דיפרנציאביליות בנקודה $(0, 0)$. נגדיר:

$$h(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & xy > 0 \\ g(x, y) & xy \leq 0 \end{cases}$$

הוכיחו שאם מתקיים:

$f(0, 0) = g(0, 0)$, $f_x(0, 0) = g_x(0, 0)$ וגם $f_y(0, 0) = g_y(0, 0)$ אז h דיפרנציאבילית

ב- $(0, 0)$.

3. חשבו את $\frac{dw}{dt}$, כאשר: $w = \ln(3x^2 - 2y + 4z^3)$ וכאשר:

$$x = \sqrt{t}, y = t^{\frac{2}{3}}, z = \frac{1}{t^2}$$

4. חשבו את $J_{g \circ f}(1, \frac{\pi}{4}, 2)$ כאשר:

$$f(x, y, z) = \left(x^2 \sin y, \frac{x}{z}, z \cos y\right), g(x, y, z) = (x^4 z^2, x^2 \ln 2y, xyz)$$

5. בעזרת דיפרנציאל, חשבו בקירוב: $\sqrt{1.02^3 + 1.97^3}$.

6. תהי פונקציה של משתנה אחד, גזירה ברציפות k פעמים בקטע פתוח $I \subseteq \mathbb{R}$ עבורו $0 \in I$. נגדיר:

$$f(x, y) = g(x + y)$$

הוכיחו כי:

$$d_{(0,0)}^k f(x, y) = g^{(k)}(0) (x + y)^k$$