**תזכורת**

שארית אחרי חילוק של ל - .  
אומרים ש - מתחלק ל - ללא שארית

אם  *הוא שורש של fאזי מתחלק ל* ללא שארית, ז"א  
 (משפט בזו Bezout)

**הגדרה**תהי מטריצה . יהי . אומרים ש - היא **ריבוי אלגברי** (ר"א) של ערך עצמי אם היא החזקה הגבוהה ביותר של כך ש מתחלק ל- ללא שארית.  
(לפי משפט בזו ולפי זה ש: .)

**הגדרה**  
תהי מטריצה , יהי ערך עצמי של A. מספר נקרא **הריבוי הגיאומטרי** (ר"ג) של ערך עצמי .

**דוג'  
1)** . ערך עצמי יחיד. .  
 כי כל וקטור הוא וקטור עצמי.  
**2)** .

**3)**  *בלוק ז'ורדן. , ערך עצמי יחיד.*

**משפט**   
לכל ערך עצמי של מטריצה A מתקיים אי שוויון .

**הוכחה**יהי ערך עצמי של A, יהי מרחב עצמי, , .  
נבחר בסיס B' של : . נשלים עד בסיס B של .

נגדיר מטריצה P: נמלא את העמודות של P ע"י וקטורים של B. P הפיכה כי העמודות שלה הם בת"ל (וקטורים של בסיס).  
נחשב : נשתמש בכפל עמודה-עמודה:

כלומר מתחלק ל- *, ז"א,*

**משפט** *וקטורים עצמיים המתאימים לערכים עצמיים שונים הם בת"ל.  
(ז"א, אם A מטריצה, ערכים עצמיים שונים של A, ואם וקטורים עצמיים המתאימים ל, אזי בת"ל)* **הוכחה** *בשלילה, נניח ש ת"ל. ז"א, קיימים לא כולם אפסים, כך ש-   
 נניח שזו תלות ליניארית מינימלית. ז"א כל תת קבוצה של היא בת"ל. אחרי כפל ב - A, נקבל: .*

אחרי כפל של (\*) ב נקבל:

אחרי החיסור נקבל:

לכן, לפי ההנחה על מינימליות, כל המקדמים מתאפסים, ז"א

*לפי ההנחה במשפט,*

*לכן,*

*נציב ב(\*) ונקבל , , לכן בסתירה.* **מסקנה** *תהי אם לA יש ערכים עצמיים שונים, אזי A לכסינה.*

**הוכחה***נסמן את כל הע"ע של A. נסמן ו"ע של A המתאימים לערכים העצמיים בהתאמה. אזי בת"ל, לכן בסיס של . מצד שני, B מורכב מווקטורים עצמיים של A. לפי קריטריון כללי ללכסון, A לכסינה.*

**משפט***תהי מטריצה. נניח ש מתפרק למכפלה של גורמים לינארים, ז"א,*

*A לכסינה אם ורק אם לכל ערך עצמי של A מתקיים שוויון*