

תרגיל 7 בדידה להנדסה:

1. נגדיר את היחס $|$ להיות היחס "מחלק את", כלומר $a|b$ פירושו a מחלק את b , כלומר קיים מספר שלם c כך שמתקיים $b = ac$. נגדיר יחס R על \mathbb{Z} ע"י:

$$(a, b) \in R \leftrightarrow 5|(a - b)$$

הוכיחו ש R הוא יחס שקילות. איך נראות מחלקות השקילות של מספר כלשהו ב \mathbb{Z} ?

2. נגדיר יחס R על $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ כך:

$$((x, y), (z, w)) \in R \leftrightarrow xw = zy$$

הראו ש R יחס שקילות. בעזרת היחס הזה אפשר להגדיר את המספרים הרציונליים (\mathbb{Q}) . הסבירו כיצד.

3. תהי A קבוצה לא ריקה ויהיו R_1, R_2, \dots, R_n יחסי שקילות על הקבוצה. הוכיחו שהיחס:

$$R = R_1 \cap R_2 \cap \dots \cap R_n$$

הוא גם יחס שקילות.

4. תהיינה A קבוצה ו B תת קבוצה שלה. נגדיר יחס R_B על $P(A)$ כך:

$$R_B = \{(X_1, X_2) \in P(A) \times P(A) | X_1 \cap B = X_2 \cap B\}$$

הראו ש R_B הוא יחס שקילות.

5. בהמשך לשאלה הקודמת, תהיינה $C, D \in P(A)$ כך ש $C \subseteq D$. הראו ש:

$$R_D \subseteq R_C$$

6. תהי קבוצה A ויהי R יחס שקילות עליה. הראו ש:

$$A = \bigcup_{a \in A} [a]_R$$

כלומר, A שווה לאיחוד של כל מחלקות השקילות. השתמשו בהכלה דו־כיוונית.