

מבוא להסתברות וסטטיסטיקה

8 במאי 2016

תרגיל 5 - התפלגויות משותפות, מקדם המתאם

1. מערבבים שני מוצרים תקינים עם שני מוצרים פגומים. בוחרים מוצרים בזה אחר זה ללא החזרה. נגדיר:

X - מספר הניסיונות הדרוש עד להוצאת שני מוצרים תקינים.

Y - מספר הניסיונות הדרוש עד להוצאת המוצר הפגום הראשון.

(א) בנה לוח התפלגות משותפת של X ו- Y .

(ב) האם X ו- Y הם בלתי תלויים? האם הם בלתי מתואמים? הוכח.

(ג) חשב את מקדם המתאם בין X ו- Y .

(ד) מה הסיכוי $3 \leq X \leq 4$ וגם $1 \leq Y \leq 2$.

(ה) מה התוחלת של $X \cdot Y^2$.

2. בקופסא 5 פתקאות ממוספרות מ1 עד 5. מוציאים מהקופסא בבת אחת וללא החזרה שלוש פתקאות באופן מקרי.

X - הערך המינימלי מבין הפתקאות.

Y - הערך המקסימלי מבין הפתקאות.

(א) בנה פונקציית הסתברות משותפת של X ו- Y .

(ב) חשב את ההסתברויות המותנות $P(X = 2|Y = 4)$ ו- $P(X = 1|Y = 4)$.

(ג) בנה את טבלת ההסתברות המותנית עבור X תחת התנאי $Y = 4$.

3. בכד יש $a : b : c$ כדורים מצבעים אדום:ירוק:כחול. מוציאים n כדורים ללא החזרה.

(א) מה התפלגות מספר הכדורים האדומים?

(ב) מה התפלגות מספר הכדורים הירוקים?

(ג) מה מקדם המתאם בין שני המשתנים האלה?

4. מגרש החניה באוניברסיטה הוא בצורת שורה ארוכה, עם סימונים ברווח קבוע. אורכה של מכונית הוא כפליים המרחק בין שני סימונים. הנהגים חונים על-פי הסימונים, אבל אינם מתחשבים באלו שיבואו אחריהם (למשל, אם נותרה שורה פנויה באורך 4, כדוגמת 0000, הנהג עשוי לחנות בכל המקומות 00xx, 0xx0, xx00 - בסיכויים שווים; שורה פנויה באורך 1 תשאר ריקה, ואם נותרה שורה פנויה באורך 2 או 3, היא תספיק כמובן למכונית אחת בלבד). כתוב את נוסחת הרקורסיה עבור התוחלת של מספר המכוניות שיזכו למקום חניה. העזר במחשב כדי למצוא את התוחלת כאשר $n = 1000$.

5. הוכח שההפרש של משתנים בינומיים אינו בינומי.