

תרגיל מ"ס 3

(1) נתונה המשוואה $y^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + \alpha x^2 u_{yy} - u_x = 0$ כאשר $x, y > 0$.

(א) עבור אילו ערכים של α המשוואה היא פרבולית, היפרבולית, אליפטית? מהי הצורה הקנונית הצפויה?

(ב) עבור $\alpha = 0$ הביאו את המשוואה לצורה קנונית.

(2) נתונה המשוואה $x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 1$ (א) רשמו את סוג המשוואה.

(ב) בהינתן החלפת המשתנים: $t(x, y) = x$, $s(x, y) = \frac{y}{x}$ בדקו שאכן היעקוביאן שונה מאפס ומצאו צורה קנונית של המשוואה.

(ג) מצאו פתרון כללי למד"ח.

(3) נתונה המשוואה $\sin^2(x) u_{xx} - 2y \sin(x) u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0$

(א) רשמו את סוג המשוואה.

(ב) הביאו לצורה הקנונית.

(4) נתונה המשוואה $xu_{xx} - yu_{yy} + \frac{1}{2}(u_x - u_y) = 0$ ($x, y \neq 0$)

(א) סווגו את המשוואה הבחינו בין המקרים.

(ב) הביאו לצורה קנונית.