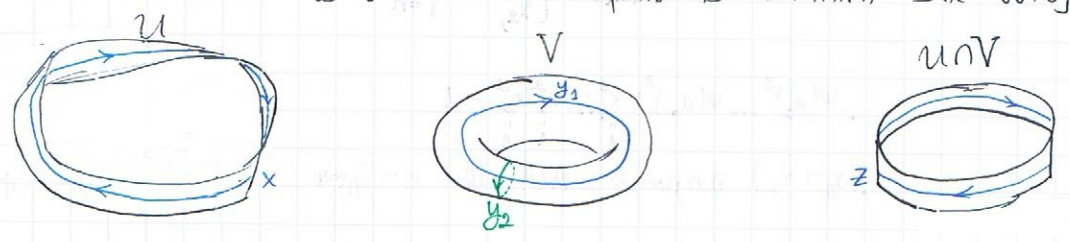


שאלה 1

יהי  $X$  המרחב המתקבל מטבעי המכונים  $M$  ומכונים  $T = S^1 \times S^1$  כי ידוע כי הוא מעגל השפה של  $M$  על המעגל  $S^1 \times \{a\}$ . חשב את  $\pi_1(X)$ .

פתרון:

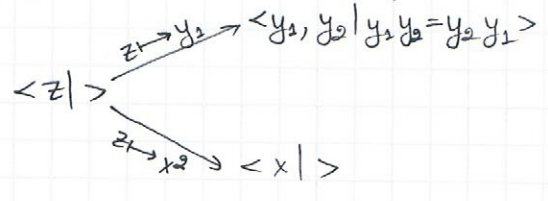
נגדיר  $U$  כטבעי המכונים  $M$  על מעגל חשיפה, ו- $V$  כטבעי  $T$  על מעגל חשיפה. לכן  $\pi_1(U) \cong F_2$  ו- $\pi_1(V) \cong F_2 \times F_2$ .  
 $U \cap V$  הוא טבעי, ולכן יש לו נסיים שווים מעגל, כלומר  $\pi_1(U \cap V) \cong F_2$ .  
 נגדיר  $i_x: \pi_1(U \cap V) \rightarrow \pi_1(U)$  ו- $i_y: \pi_1(U \cap V) \rightarrow \pi_1(V)$ .  
 נשאלת את המרחבים כדי להבין את היוזמים של  $B$  חבורה:



$\pi_1(U) = \langle x \rangle$        $\pi_1(V) = \langle y_1, y_2 \mid y_1 y_2 = y_2 y_1 \rangle$        $\pi_1(U \cap V) = \langle z \rangle$

$i_x$  שולח את  $z$  לסיבוב סביב השפה של  $U$ . אדם זה בדיוק  
 עומים היוצר  $x$ . לכן,  $z \mapsto x^2$ .

$i_y$  שולח את  $z$  בדיוק ל- $y_1 y_2$ ; הוא כי מעגל מהצורה  $S^1 \times \{a\}$ .  
 כא, הדיאגרמה של ון-קאמפן הינה



$\pi_1(X) = \langle x, y_1, y_2 \mid y_1 y_2 = y_2 y_1, x^2 = y_1 \rangle =$   
 $= \langle x, y_2 \mid x^2 y_2 = y_2 x^2 \rangle$       לכן, לפי ון-קאמפן,

שאלה 2

הזוג  $\pi_2(nP)$  איננו אבלי

הוכחה:

נזכר כי  $\pi_2(nP) = \langle a_1, \dots, a_n \mid a_1^2 \dots a_n^2 = 1 \rangle$

נסמן  $A = \langle x \mid x^2 = 1 \rangle$  ונגדיר הומומורפיזם  $\varphi: \pi_2(nP) \rightarrow A * A$ .

חשוב לזכור שבאפיונה מוגדרו דאגמט שהאיחוד יהיה זר, ולכן נסמן  $x_1$  או  $x_2$ .

היוצרי של  $A$  הינאמן  $A_2$  ובה  $A_2$  אינו היוצרי של  $A$  הפנימי.

כדי להקדינו הומומורפיזם  $\varphi$  ככל מספיק להגדיר אותו על היוצרים ולהראות

שהתקיים היחסים, ולכן נגדיר

$$\varphi(a_i) = \begin{cases} x_1, & 1 \leq i \leq n-1 \\ x_2, & i = n \end{cases}$$

היחסים מתקיימים, כי  $\varphi(a_1)^2 \dots \varphi(a_n)^2 = x_1^2 \dots x_1^2 x_2^2 = 1$

כמו כן,  $\varphi$  אינו כי כל היוצרים של  $A * A$  הומומורפה  $(x_1, x_2)$ .

אילו  $\pi_2(nP)$  הייתה אבלי, כל הומומורפה שלה הייתה אבלי; אבל

$A * A$  אינו אבלי, כי  $A$  אינו טריבויאלטי, ולכן גם  $\pi_2(nP)$  אינו אבלי.