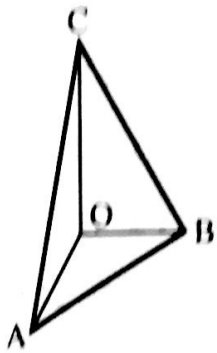


## תרגילים (הווקטור האלגברי – תרגילים לחזרה)

הערה: ראה גם תרגילים החל מעמ' 623.



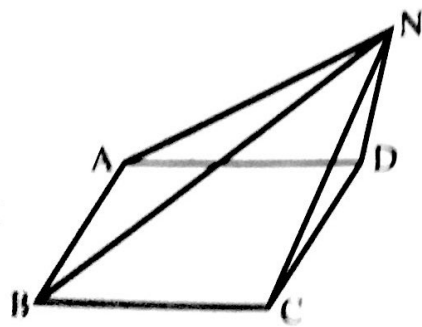
(1) בטראדר OABC המקצועות OC, OB ו-OA ניצבים זה לזה. נתון:  $|OA| = |OB| = 1$ ,  $|OC| = 2$ .  $\vec{OH}$  הוא הגובה לפאה ABC המורד מהקודקוד O.

- א. חשב את אורך  $\vec{OH}$ .
- ב. חשב את הזווית שבין הישר OC למישור ABC.
- ג. חשב את שטח המשולש ABC.

(2) הישר  $\ell: (0, -1, -3) + t(-4, 5, k)$  מקביל למישור  $\pi_1: 2x + 3y + z = 6$ . א. מצא את k.

- ב. הנקודה  $N(4, -1, 1)$  נמצאת על המישור  $\pi_1$  ויוצרת עם הישר  $\ell$  מישור  $\pi_2$ . מצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך של המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$ .
- ג. הוכח שהישר שמצאת בסעיף ב' והישר  $\ell$  מקבילים זה לזה.
- ד. נסמן את הזוויות שבין הישר שמצאת בסעיף ב' לצירים x, y ו-z ע"י  $\alpha$ ,  $\beta$  ו- $\gamma$  בהתאמה. הראה (ע"י חישוב) שמתקיים:  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ .

(3) נתונה פירמידה שבסיסה הוא מקבילית ABCD וקודקודה הוא N. נתון:  $A(2, -2, 3)$ ,  $B(0, 0, 4)$ ,  $C(8, -4, 4)$ ,  $N(2, -1, -6.5)$ .



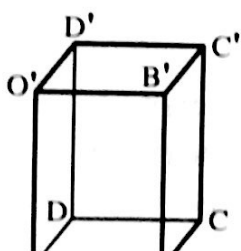
- א. מצא את גודל הזווית ABC.
- ב. מצא את שטח המקבילית ABCD (בסיס הפירמידה).
- ג. מצא את נפח הפירמידה.

- 4) במקבילון  $ABCD A'B'C'D'$  נתונים הקודקים:  $A(6, -2, 5)$ ,  $B(3, 1, -1)$ ,  $C(0, 2, 1)$ ,  $C'(2, 6, 2)$ . הנקודה  $M$  מחלקת את המקצוע  $AB$  כך ש-  $\overline{BM} = 2\overline{MA}$ .  
 א. הוכח שהמקבילון הוא תיבה. (פרט כל שלב בחוכחה).  
 ב. מצא את אורכי הווקטורים  $\overline{MC}$  ו-  $\overline{MA}$ .  
 ג. חשב את שטח המשולש  $A'MC$ .

- 5) הישר  $\ell_1$  עובר דרך הנקודות  $(7, 4, 2)$  ו-  $(8, 3, 2)$ . הצגה פרמטרית של הישר  $\ell_2$  היא  $\ell_2: (4, k+4, 2) + t(k^2-4, -5, 0)$ .  
 א. עבור איזה ערך של  $k$  הישרים  $\ell_1$  ו-  $\ell_2$  הם:  
 (1) מקבילים (לא מתלכדים)?  
 (2) מתלכדים?  
 ב. מצא משוואה של מישור  $\pi$  המכיל את הישר  $\ell_1$  ומקביל לציר ה- $z$ .  
 ג. עבור ה- $k$  שמצאת בתת סעיף א' (1), מצא את המרחק של  $\ell_2$  מהמישור  $\pi$ .

- 6) נתון המישור:  $t(5, 0, -1) + s(1, -2, -1)$ .  
 א. הראה שהמישור הנקבע ע"י הנקודות  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(5, 0, -1)$  ו-  $C(2, 1, 0)$  מתלכד עם המישור הנתון.  
 ב. נתונה הנקודה:  $B'(6, m, n)$ . מצא לאילו ערכים של  $m$  ו-  $n$  הווקטור  $\overline{BB'}$  מאונך למישור  $ABC$ .  
 ג. עבור הערכים של  $m$  ו-  $n$  שמצאת בסעיף ב' חשב את שטח המשולש  $CBB'$ .

- 7) נתון הישר  $\ell: \underline{x} = (-1, 0, 5) + t(-2, 2, 3)$ . מראשית הצירים  $O(0, 0, 0)$  מורידים אנך לישר שחותך אותו בנקודה  $A$ .  
 א. מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .  
 ב. נקודה  $B$  נמצאת על הישר  $OA$  כך ש-  $\overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ . מצא את שיעורי הנקודה  $B$ .  
 ג. מעבירים מישור  $\pi_1$  דרך הנקודה  $A$  ומישור  $\pi_2$  דרך הנקודה  $B$ . המישורים  $\pi_1$  ו-  $\pi_2$  מקבילים זה לזה והישר  $OA$  מאונך להם. מצא את המרחק בין המישור  $\pi_1$  למישור  $\pi_2$ .  
 ד. הנקודה  $C(1, 1, z)$  נמצאת על המישור  $\pi_1$ . חשב את הזווית בין הישר  $OC$  למישור  $\pi_1$ .



- 8) בתיבה  $OBCDO'B'C'D'$  נתון:  $OO' = 6$  ס"מ,  $OB = 4$  ס"מ,  $OD = 3$  ס"מ.  
 א. מצא את המרחק של הקודקוד  $B$  מהמישור  $B'OC$ .  
 ב. האלכסון  $BD'$  חותך את המישור  $B'OC$  בנקודה  $E$ . חשב את היחס  $BE:ED'$ .

9 נתונים שני המישורים:  $\pi_1: x-2y+z-5=0$ ,  $\pi_2: 2x+y-3z=0$

א. מצא שתי נקודות על ישר החיתוך של שני המישורים.

ב. דרך ישר החיתוך של שני המישורים עובר מישור  $\pi_3$  שחותך את ציר ה-y בנקודה שבה  $y=k$ . הזווית שבין המישור  $\pi_3$  למישור  $\pi_1$  הוא  $60^\circ$ . מצא את הערכים של k.

ג. סעיף זה מתייחס ל-k הגדול מבין השניים שמצאת בסעיף ב'. מהנקודה שעל ציר ה-y (שבסעיף ב') מעבירים אנך למישור  $\pi_2$ . מצא את נקודת החיתוך של אנך זה עם המישור  $\pi_1$ .

10 הישר  $\underline{x} = (1, 0, 2) + t(2, 3, -1)$  הוא ישר החיתוך של המישורים  $\pi_1$  ו- $\pi_2$  המאונכים זה לזה. המישור  $\pi_1$  עובר דרך הנקודה  $(0, 0, 0)$ .

א. מצא את משוואת המישור  $\pi_1$  ואת משוואת המישור  $\pi_2$ .

ב. הראה שהמישור  $\pi_2$  מקביל לאחד מצירי המערכת.

ג. מצא את המרחק של המישור  $\pi_2$  מהציר שהוא מקביל לו.

ד. מצא את משוואת המישור שמקביל למישור  $\pi_2$  ונמצא מהציר שבסעיף ב' באותו המרחק שהמישור  $\pi_2$  נמצא ממנו.

11 נתונות שלוש הנקודות:  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(-1, k, 1)$ ,  $C(-1, 7, -2)$ . k הוא פרמטר הגדול מאפס. נתון גם:  $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ .

א. מצא את ערך הפרמטר k.

ב. הראה שהווקטור  $(5, 1, 1)$  מאונך למישור ABC.

ג. D היא נקודה במישור ABC כך ש- $\vec{AC} \perp \vec{CD}$ . מצא הצגה פרמטרית של הישר CD.

12 נתון המישור  $2x+3y-4z+12=0$  ונתונות שתי הנקודות  $A = (k, k+3, 4)$ ,  $B = (3k, 2k-1, k+1)$

א. עבור איזה ערך של k הישר AB מקביל למישור  $\pi$  ואינו מוכל בו?

ב. הראה שהישר  $\ell: \underline{x} = (0, 0, 3) + r(1, 2, 2)$  נמצא במישור  $\pi$ .

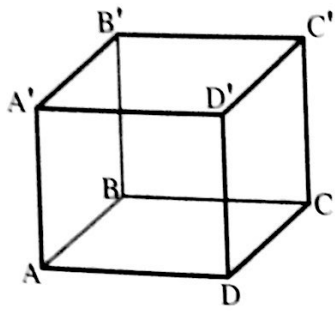
ג. עבור הערך של k שמצאת בסעיף א' מצא את המרחק בין הישר AB לישר  $\ell$ . נמק את דרך פתרוןך.

13 נתונים שני ישרים מקבילים  $\ell_1: \underline{x} = (3, -1, 4) + t(2, 1, -1)$

$\ell_2: \underline{x} = (3, 4, 1) + r(2, 1, -1)$

א. מצא את משוואת המישור  $\pi_1$  הנקבע על ידי שני הישרים הנתונים.

ב. (1) המישור  $\pi_2$  ניצב למישור  $\pi_1$  ומקביל לשני הישרים הנתונים. מצא וקטור המאונך למישור  $\pi_2$ .

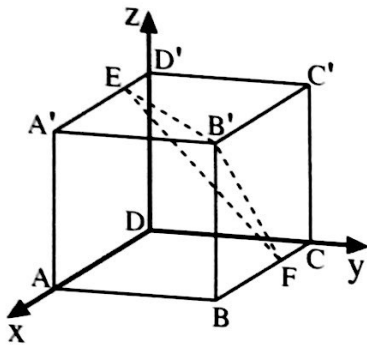


14) בקובייה  $ABCD A'B'C'D'$  הפאה  $ABCD$  נמצאת על המישור  $x+2y+2z=2$  והפאה  $A'B'C'D'$  נמצאת על המישור  $x+2y+2z=11$ .

- חשב את נפח הקובייה.
- נתון גם שהפאה  $ABB'A'$  נמצאת על המישור  $2x+y-2z=14$ . מצא הצגה פרמטרית של הישר שעליו מונח המקצוע  $C'D'$ . (מצא את שתי האפשרויות).

15) נתון המישור  $\pi: ax+by+cz=d$   
 המישור  $\pi$  מכיל את הישר  $\ell_1: \underline{x} = (4, 2, -5) + t(1, 1, -1)$   
 א. הראה שמתקיים:  $a+b=c$

- נתון גם שהמישור  $\pi$  יוצר זווית של  $30^\circ$  עם הישר  $\ell_2: \underline{x} = (1, -2, 3) + s(0, 1, 1)$ .
- מצא את משוואת המישור  $\pi$  (מצא את שני הפתרונות).
- מבין שני המישורים שמצאת בסעיף ב', בחר במישור שחותך את ציר ה- $x$  בחלקו החיובי ומצא הצגה פרמטרית של ישר החיתוך בין המישור  $[xy]$  למישור שבחרת.



16) נתונה קובייה  $ABCD A'B'C'D'$  במערכת צירים כמתואר בציור. אורך מקצוע הקובייה הוא  $a$ .  $E$  היא נקודה על המקצוע  $A'D'$  ו- $F$  היא נקודה על המקצוע  $BC$  כך ש- $A'E = \frac{2}{3}A'D'$  ו- $BF = \frac{2}{3}BC$ . האנך מהקודקוד  $C'$  למישור  $EB'F$  חותך את מישור הבסיס  $ABCD$  בנקודה  $G$ .  
 א. הבע באמצעות  $a$  (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה  $G$ .

- מרחק הנקודה  $G$  מהמישור  $EB'F$  הוא  $\frac{22}{\sqrt{17}}$ . חשב את נפח הפירמידה  $GDCC'D'$  (ערך מספרי).

17) נתונה פירמידה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מקבילית. השיעורים של ארבעה מבין קודקודי הפירמידה הם:  $A(k, -4, 9)$ ,  $B(4, -2, 5)$ ,  $C(-2, 2, -1)$ ,  $S(1, 1, 8)$ .  
 בסיס הפירמידה נמצא במישור:  $\pi: \underline{x} = (5, -2, 4) + t(4, -3, 5) + s(2, -1, 1)$  (ערך מספרי).

- חשב את נפח הפירמידה  $SABCD$  (ערך מספרי).
- המישור  $\pi$  חותך את הצירים בנקודות  $M, L, N$ . מצא את היחס בין נפח הפירמידה  $SABCD$  לבין נפח הפירמידה  $ONLM$  ( $O$  - ראשית הצירים).
- האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה  $SABCD$  חותך את כל המישורים שעליהם מונחות פאות הפירמידה  $ONLM$ ? נמק.
- היה המצב ההדדי של הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה  $SABCD$  ושל הישר שעליו נמצא המצב ההדדי של הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה  $ONLM$ ? הוכח את תשובתך.

תשובות (הווקטור האלגברי - תרגילים לחזרה):

- 1 א.  $\frac{2}{3}$  ב.  $19.47^\circ$  ג. 1.5 ד. 2 א. -7 ב.  $(4, -1, 1) + t(4, -5, 7)$  א. (3)  $26.57^\circ$
- 2 ב. 12 ג. 28 ד. (4) ב.  $\sqrt{27}, \sqrt{38}$  ג. 14.85 א. (5) (1) -3 (2) 3 ב.  $x+y-11=0$
- 3 ג.  $\frac{6}{\sqrt{2}}$  א. (6) ב.  $m = -2, n = 4$  ג. 9.08 א. (7)  $A(1, -2, 2)$  ב.  $B(3, -6, 6)$  ג. 6
- 4 ד.  $35.26^\circ$  א. (8)  $\frac{12}{\sqrt{29}}$  ב. 1:2 ג.  $38.66^\circ$  א. (9)  $(1, -2, 0), (3, 0, 2)$  ב. -4, -1
- 5 ג.  $(-2, -2, 3)$  א. (10)  $-6x+5y+3z=0, x+2z-5=0$  ג.  $\sqrt{5}$  ד.  $x+2z+5=0$
- 6 א. (11) 4 ג.  $(-1, 7, -2) + t(-1, 1, 4)$  א. (12) 0 ג.  $\frac{5}{\sqrt{29}}$  א. (13)  $x+3y+5z-20=0$
- 7 ב. (1)  $(8, -11, 5)$  (2)  $8x-11y+5z-20=0$  א. (14) 27 ב.  $x = (-\frac{1}{3}, \frac{17}{3}, 0) + t(2, -2, 1)$
- 8 א.  $x = (\frac{35}{3}, -\frac{1}{3}, 0) + s(2, -2, 1)$  ב. (15)  $x+z+1=0, x-y-2=0$
- 9 ג.  $x = (2, 0, 0) + r(1, 1, 0)$  א. (16)  $G(\frac{3}{2}a, 0, 0)$  ב. 32 א. (17) 12 ב. 8 ג. כן
- ד. מקבילים זה לזה.