

## פתרון לתרגיל 9

8 בפברואר 2017

תשובות לשאלת 1,2,3,4 נמצאות בחוברת של אלעד בעמוד 145

שאלה 5

(א) נמצא את הגרדיאנט של  $f$  ו- $g$  ונקבל את המערכת משוואות הבאה:

$$\nabla g = \left(\frac{x}{4}, y\right), \nabla f = (y, x)$$

$$\begin{cases} y = \lambda \frac{x}{4} \\ x = \lambda y \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \quad \text{ולכן}$$

$$x = \pm 2y \quad \text{ולכן} \quad 4y^2 = x^2 \quad \text{ולכן} \quad \frac{4y}{x} = \frac{x}{y}$$

נציב את זה במשוואת האילוץ ונקבל:  $y^2 = 1$  ולכן  $y = \pm 1$

סה"כ נקודות קיצון הן:  $(2, 1)$ ,  $(-2, -1)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(2, -1)$ .

נציב כל אחת מהנקודות האלה בונקציה  $f$  ונשווה בין הערכים שלה בכל אחת מהנקודות

האלה, ונגלה ש:

$(-2, -1)$ ,  $(2, 1)$  הן נקודות מקסימום.

$(-2, 1)$ ,  $(2, -1)$  היא נקודת מינימום.

(ב) נחשב קודם את הגרדיאנט של  $f, g$ :

$$\nabla g = (2x, 2y), \nabla f = (3, 4)$$

ונבנה מערכת משוואות הבאה:

$$\begin{cases} 2\lambda x = 3 \\ 2\lambda y = 4 \\ x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{2}{\lambda}, x = \frac{3}{2\lambda} : x, y$$

נציב אותם במשוואת האילוץ ונקבל:

$$y = \pm \frac{2}{5}, x = \pm \frac{3}{10} \quad \text{ולכן:} \quad \lambda = \pm 5$$

נציבם ב- $f$ , נשווה בין הערכים שלה בכל אחת מהנקודות האלה ונקבל:

$\left(\frac{3}{10}, \frac{2}{5}\right)$  היא נקודת מקסימום,  $\left(-\frac{3}{10}, \frac{2}{5}\right)$  היא נקודת מינימום.