

אלגברה מופשטת 1, תרגיל בית 2

מתרגלים: סולי וישקאוצן ואדם צ'פמן. להגשה ב 23.11 או ב 20.11 בהתאם לשיעור התרגיל.

(1) תהי חבורה G . יהיו שני איברים a, b המקיימים $a^2 = e, a^{-1}b^2a = b^3$.
 . הראו שמתקיים $b^5 = e$.

(2) נביט בקבוצה $R \cup \{\infty\}$ ובפעולה $a * b = \frac{a+b}{1-ab}$ [מתייחסים ל

∞ כאל גבול, דהיינו אם נתון $a \in R$ אזי $\infty * a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+a}{1-xa}$

$\infty * \infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{x+y}{1-xy}$ ו $a * \infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a+x}{1-ax}$. האם זו חבורה

למחצה? האם זו מונויד?

(3) נביט בקבוצה $(N \cup \{0\}) \times (N \cup \{0\})$ ונגדיר פעולה $*$ על

הקבוצה המקיימת $(a, b) * (c, d) = \begin{cases} (a+c-b, d) & c > b \\ (a, b-c+d) & otherwise \end{cases}$.

a. הראו כי הקבוצה יחד עם הפעולה הנ"ל מהווה מונויד.

b. מהי קבוצת האיברים ההפוכים משמאל? האם היא חבורה?

(4) מצאו את כל התת-חבורות של החבורות $U_7, Z_4 \times Z_2$.

(5) הראו ש $\{1, n-1\}$ היא תמיד תת-חבורה של U_n (הוכיחו קודם שהיא

תת-קבוצה).