

אינפי 2 תשעט תרגיל 8

1. לכל אחת מסדרות הפונקציות הבאות בדקו לאיזה פונקציה גבולית היא מתכנסת נקודתית בתחום המתאים והאם ההתכנסות היא במידה שווה.

$$\text{א. } f_n(x) = \frac{1}{1+2^n x^n}, x \in [1, 2] \quad \text{ב. } f_n(x) = (1-x)^{\frac{1}{2n+1}}, x \in [0, 2]$$

$$\text{ג. } f_n(x) = \frac{1}{1+2^n x^n}, x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right] \quad \text{ד. } f_n(x) = \cos^{2n}(x) \text{ בקטע } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{ה. } f_n(x) = nxe^{-n^2x}, x \in [0, \infty) \quad \text{ו. } f_n(x) = \frac{\arctan x}{n} \text{ ב } \mathbb{R}$$

$$\text{ז. } f_n(x) = x^n e^{-n^2x}, x \in (0, \infty) \quad \text{ח. } f_n(x) = x^n - x^{2n} \text{ בקטע } (-1, 1)$$

$$\text{ט. } f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right), x \in (-\infty, \infty) \quad \text{י. } f_n(x) = \frac{1}{nx+1} \text{ בקטע } (0, \infty)$$

2.

תהי סדרת פונקציות המתכנסת נקודתית ל $f(x)$ בקטע $[a, b]$ אך אינה מתכנסת במ"ש ל $f(x)$ בקטע זה.

הוכיחו כי היא לא מתכנסת במ"ש ל $f(x)$ בקטע (a, b) .

רמז: השתמשו במבחן ה $\lim\text{-sup}$.