

## תרגיל ידני 4

### שאלה 1

נתון:  $U = \text{span}\{(1, 2, -1, 0, 2), (1, -2, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 1, 0)\}$  תת מרחב של  $\mathbb{R}^5$  עם מכפלה פנימית

$$\langle x, y \rangle = x^t y = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

מצא בסיס אורתוגונלי ל- $U$ .

### שאלה 2

יהי  $V = \mathbb{R}^4$ . עבור תת המרחב  $U = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ -y \\ y \\ 2x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R} \right\}$  של  $V$ . מצאו בסיס ומימד של המשלים

האורתוגונלי  $U^\perp$  ביחס למכפלה הפנימית הסטנדרטית ב- $V = \mathbb{R}^4$ .

### שאלה 3

תהי  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . חשב את ההופכית של  $A$  בעזרת המטריצה המצורפת של  $A$ .

### שאלה 4

יהי  $n$  שלם גדול מ-1. ונגדיר מטריצה  $A_{n \times n}$  באופן הבא:  $a_{i,j} = \begin{cases} 0 & i = j \\ 2i & i \neq j \end{cases}$ . חשב את הדטרמיננטה של  $A$ .

### שאלה 5

נתון:  $|B| = -2, |A| = 5$

חשבו את:  $|B^{-1}|, |A^{-1} \cdot B^2|, |A^3 \cdot B^T|, |(AB)^{-1}|$

### שאלה 6

נתונה המטריצה:  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

א. מצא את כל העי"ע והוי"ע של  $A$ .

ב. קבע את הריבוי האלגברי והריבוי הגאומטרי של כל ערך עצמי

ג. האם  $A$  ניתנת ללכסון? אם כן מצא מטריצה הפיכה  $P$  כך ש  $P^{-1}AP$  אלכסונית.

**שאלה 7**

A היא מטריצה מסדר 2X2 בעלת ערכים עצמיים  $\lambda_1 = 2$  ו- $\lambda_2 = 5$  והוקטורים העצמיים:

$$Av_1 = \lambda_1 v_1 \text{ וגם } Av_2 = \lambda_2 v_2 \text{ . כד שמתקיים: } v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

חשב את  $A^{-1}$ .

**שאלה 8**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \text{ : נתונה המטריצה}$$

א. חשבו את הפולינום האופייני

ב. חשבו את  $A^{-1}$  בעזרת משפט קיילי המילטון.