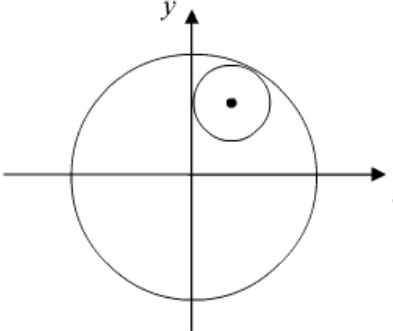


תרגילי חזרה לבוחן
תיכונת 2 תשע"ט
מתרגל אחמד סולימאן

1	<p>שאלה 1 מתוך קיץ 1980 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות) מצא את המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים לישר $x = -1$ ולמעגל שמרכזו $(4,0)$ ורדיוסו 3. פתרון: $y^2 = 16x$</p>
2	<p>שאלה 2 מתוך חורף 1969 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות) א. מצא את המקום ההנדסי של מרכזי המעגלים, הנמצאים ברביעים הראשון והרביעי ונוגעים בציר y ובמעגל $(x-5)^2 + y^2 = 25$. ב. איזו עקומה היא המקום ההנדסי הנ"ל? פתרון: א. $y^2 = 20x$ ב. פרבולה</p>
3	<p>שאלה 3 מתוך חורף 2001 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות) מצא את מקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים, הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר y ולמעגל שמשוואתו: $x^2 + y^2 - 6x = 0$. פתרון: $y^2 = 12x$</p>
4	<p>שאלה 4 מתוך חורף 2003 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות) נתון המעגל: $(x-a)^2 + y^2 = 1, a > 1$. א. מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים לישר $x = -2$, ומשיקים מבחוץ למעגל הנתון (הבע באמצעות a). ב. נתון כי הנקודה $(0,0)$ נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א'. חשב את a. פתרון: א. $y^2 = (6+2a)x + 9 - a^2$ ב. 3</p>

<p>5 <u>שאלה 5 מתוך חורף 2001 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות)</u> מצא את מקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים, הנמצאים ברביע הראשון ומשיקים לציר y ולמעגל שמשוואתו: $x^2 + y^2 - 6x = 0$.</p> <p><u>פתרון:</u> $y^2 = 12x$</p> <p>אלמנטים בפתרון: סידור משוואת מעגל, מעגל משיק לציר y, מעגלים משיקים (סכום הרדיוסים שווה למרחק בין מרכזי המעגלים), נוסחת מרחק בין 2 נקודות</p>	<p>5</p>
<p>6 <u>שאלה 6 מתוך אביב 1967 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות)</u> נתונים מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 + 4x = 0$ ונקודה $A(2,0)$ מחוצה לו. מצא את משוואת המקום ההנדסי של מרכזי המעגלים, העוברים דרך הנקודה A והנוגעים במעגל הנתון.</p> <p><u>פתרון:</u> א. $3x^2 - y^2 = 3$</p> <p>אלמנטים בפתרון: סידור משוואת מעגל, בניית משוואה על סמך מעגלים משיקים (סכום הרדיוסים שווה למרחק בין מרכזי המעגלים) ונקודה על מעגל</p>	<p>6</p>
<p>7 <u>שאלה 7 מתוך חורף 2005 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות)</u></p>  <p>נתון המעגל $x^2 + y^2 = R^2$.</p> <p>א. מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים לציר ה-y ולמעגל הנתון מבפנים (הבע באמצעות R). נתון כי מרכזי המעגלים נמצאים ברביע הראשון (ראה ציור).</p> <p>ב. המעגל $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 64$ משיק לציר ה-y ולמעגל הנתון מבפנים. מצא את R.</p> <p><u>פתרון:</u> א. $y^2 = -2Rx + R^2$ ב. 18</p>	<p>7</p>

8	<p>שאלה 8 מתוך קיץ 2005 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות)</p> <p>נתון המעגל $x^2 + y^2 = 12$. מנקודה A שמחוץ למעגל יוצא משיק למעגל הנתון. אורך המשיק גדול פי 2 מהמרחק של הנקודה A מציר ה-x. מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של כל הנקודות A המקיימות תנאי זה.</p> <p>פתרון: $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$</p> <p>אלמנטים בפתרון: נוסחת מרחק בין 2 נקודות, בניית משוואה על סמך פיתגורס</p>
9	<p>שאלה 9 מתוך קיץ 1982 (5 יחידות)</p> <p>מצא את המקום הגיאומטרי של הנקודות אשר מרחקן מהנקודה (10,8) שווה לאורך המשיק מהן למעגל $x^2 + y^2 = 25$.</p> <p>פתרון: המיקום הגיאומטרי הוא קו ישר שמשוואתו היא $y = -1.25x + 11.8125$ ($20x + 16y = 189$)</p> <p>אלמנטים בפתרון: בניית משוואה על סמך נוסחת המרחק בין 2 נקודות, משפט פיתגורס</p>
10	<p>שאלה 10 מתוך קיץ 2001 (בגרות במתמטיקה 5 יחידות)</p> <p>נתונים שני מעגלים שבכל אחד מהם הרדיוס הוא $R=2$, ומרכזיהם בנקודות $M(3,0)$, $N(-3,0)$. מנקודה P שמחוץ למעגלים יוצא ישר המשיק למעגל M בנקודה E, וישר אחר המשיק למעגל N בנקודה F. א. הראה כי המקום הגיאומטרי של הנקודות P, שעבורן מתקיים $PF=2PE$, הוא מעגל. ב. מצא את אורך הרדיוס ואת מרכז המעגל שמצאת בסעיף א'.</p> <p>פתרון: א. $(x-5)^2 + y^2 = 20$. ב. $(5,0), \sqrt{20}$</p>

מרוכבים

שאלה 24 מתוך בגרות קיץ 1981

מצא את כל הפתרונות המרוכבים של המשוואה $x^5 - 32i = 0$

פתרון: $2cis18^\circ, 2cis90^\circ, 2cis162^\circ, 2cis234^\circ, 2cis306^\circ$

שאלה 25 מתוך בגרות קיץ 2001 מועד ב'

נתונה המשוואה $z^3 = -1 + i\sqrt{3}$.

א. מצא את שורשי המשוואה: z_1, z_2, z_3 . (אתה רשאי לרשום את הפתרון בכל צורה שתבחר)

ב. מצא את הסכום $|z_1|^3 + |z_2|^3 + |z_3|^3$

ג. הראה כי הסכום $z_1^9 + z_2^9 + z_3^9$ הוא מספר ממשי.

פתרון: א. $\sqrt[3]{2}cis40^\circ, \sqrt[3]{2}cis160^\circ, \sqrt[3]{2}cis280^\circ$ ב. 6 ג. 24 ולכן ממשי.

שאלה 26 מתוך בגרות קיץ 1993

א. מצא את שלושת הפתרונות של המשוואה $z^3 = i$.

ב. הראה שמכפלת שלושת הפתרונות היא i .

ג. הראה, בעזרת סעיף ב או בדרך אחרת, שאם מעלים בריבוע פתרון כלשהו של המשוואה, התוצאה שווה למכפלת שני הפתרונות האחרים.

פתרון: א. $cis30^\circ, cis150^\circ, cis270^\circ$ ב. i ולכן מדומה.

שאלה 17 מתוך בגרות קיץ 1996 (סעיף מתוך השאלה)

נתון: $z_1 = -1 + i(1 - \sqrt{3}), z_2 = 1 + i(1 + \sqrt{3})$

הראה כי $\frac{|z_1 \cdot z_2|}{|z_1 + z_2|} = \sqrt{3.25}$

שאלה 18 מתוך בגרות קיץ 1993 (סעיף מתוך השאלה)

נתון: $z_1 = cis30^\circ, z_2 = cis150^\circ, z_3 = cis270^\circ$

הראה שמכפלת שלושת הפתרונות היא i .

שאלה 19 מתוך בגרות קיץ 1999 (סעיף מתוך השאלה)

נתון: $z_1 = (1+a) - \sqrt{3}i, z_2 = a - 2, z_3 = (1+a) + \sqrt{3}i$, a מספר ממשי.

נתון גם: $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -9$ מצא את a .

פתרון: $a = -1$