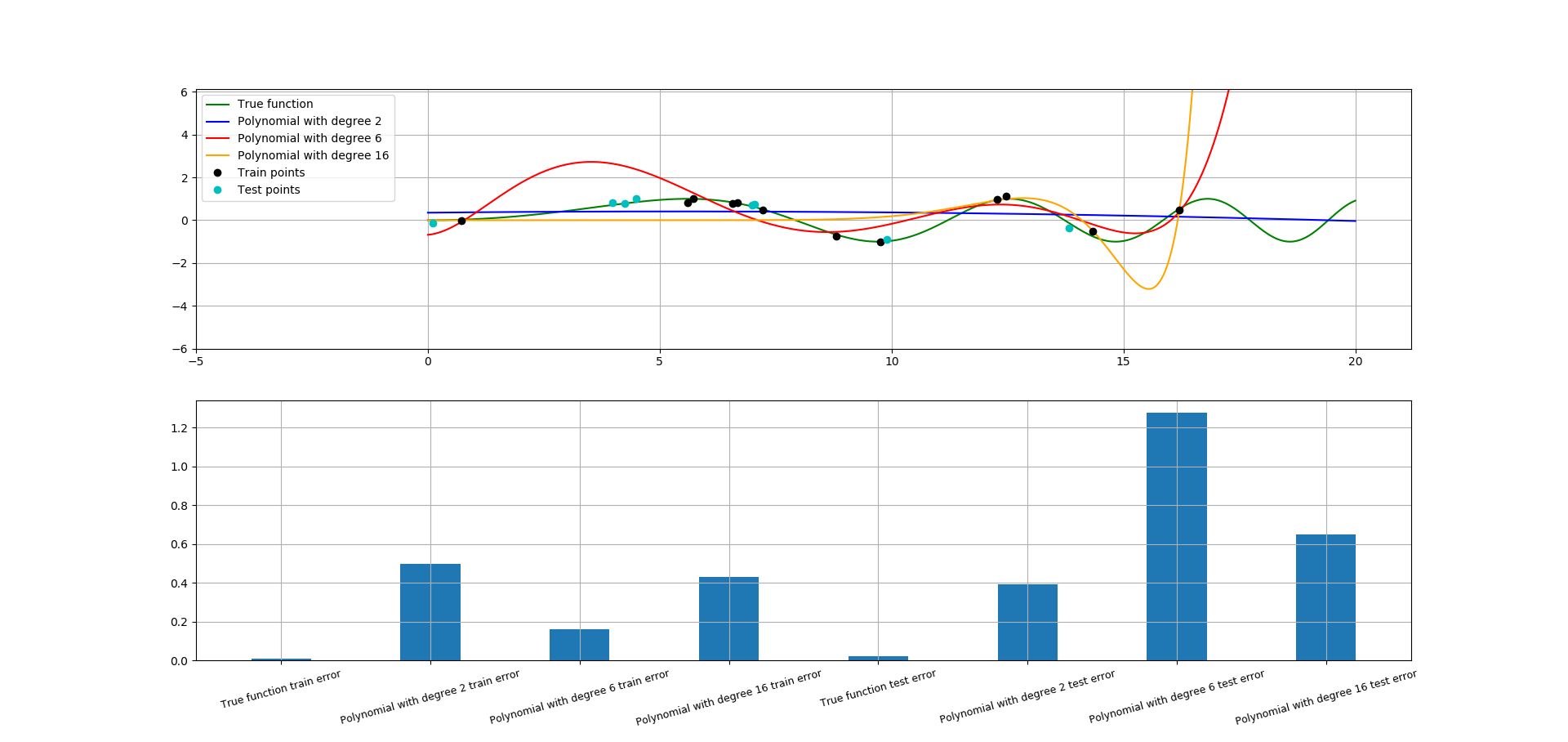
**מבוא לבינה מלאכותית – פתרון תרגיל 1:**

1. נסמן: בתור וקטור המקדמים של הפולינום, התצפיות.
2. ללא רגולריזציה, רוצים למזער את הפונקציה:

ניתן לבדוק ולראות (אם לא ראיתם, אז [קישור](http://mathworld.wolfram.com/LeastSquaresFittingPolynomial.html)) שהמקדמים שממזערים את הפונקציה הזאת הם:

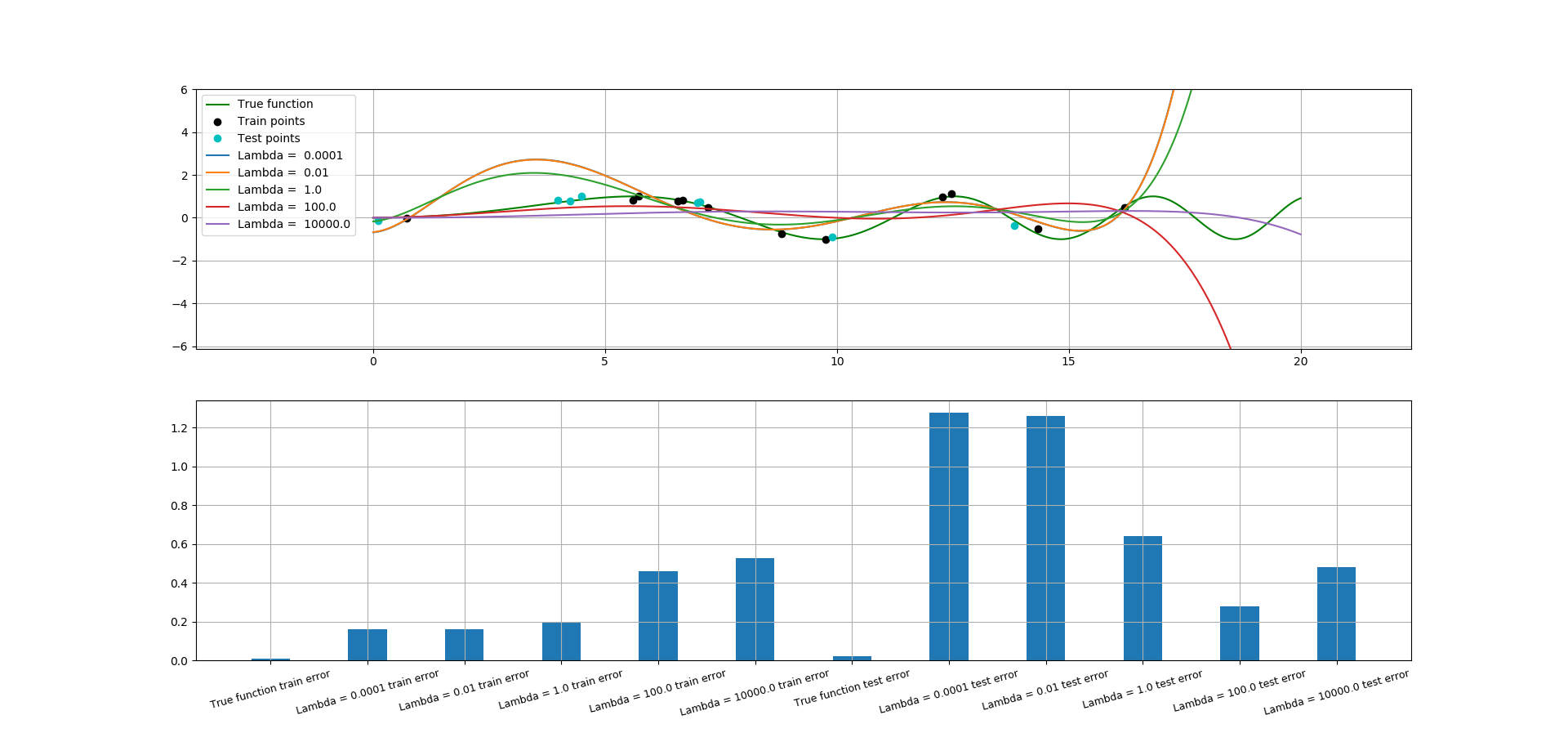
כאשר וקטור הערכים , מטריצת ונדרמונדה (עוד [קישור](http://mathworld.wolfram.com/VandermondeMatrix.html) להסבר).

התוצאה:

*במקרה של דרגת פולינום 6 ניתן לראות יפה שיש* overfitting – *הפולינום מתאים לא רע ל-*training, *אבל מכיוון שהתאמנו אותו טוב (מדי) ל-*training, *נקודות חדשות (מה-*test*) נמצאות רחוק ממה שהערכנו אותן.*

1. הפעם יש רגולריזציה של ridge, רוצים למזער את הפונקציה:

*ניתן להוכיח שהפעם הנוסחה ל- נתונה על ידי:*

*התוצאות לרגרסיה עבור ערכי שונים:*

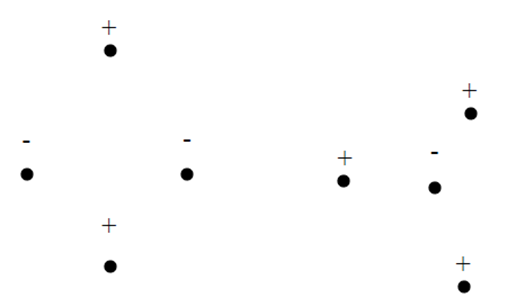
*רואים כאן משהו די טיפוסי ל-*loss *כתלות ברגולריזציה: עבור ערכי רגולריזציה נמוכים, אנחנו כמו בבעיה ללא הרגולריזציה ושוב ב-*overfit. *עם רגולריזציה מתאימה אפשר ללמוד הרבה יותר טוב, אבל כאשר ניקח את הרגולריזציה להיות גדולה מדי נקבל* underfitting, *כלומר מצב שבו האילוץ שלנו על הפרמטרים מחמיר מדי ולא מאפשר לנו ללמוד.*

1. *כמו שאמרנו בתרגול, כדי לקבוע שמימד* VC *של קבוצת פונקציות הוא , צריך למצוא קבוצת נקודות בגודל ש- מנפצת ולהוכיח ש- לא מנפצת אף קבוצה בגודל .*
2. *נראה שהמימד הוא 3:*

*ניקח למשל את הקבוצה , אז כל הפונקציות שיכולות להיות מ- לקבוצת התיוגים (אלה 4 פונקציות) נמצאות ב- : אפשר לקחת למשל אינטרוולים ואלה 4 פונקציות שמתאימות ל-4 קומבינציות התיוגים של .*

*כעת, תהי . נניח בה"כ . אזי, אי אפשר למצוא פונקציה ב- כזאת ש- ואילו , לכן לא מנפצת אף קבוצה עם 3 איברים.*

1. *לכל קבוצה מתקיים כי . לכן, אם , אז לא תנפץ את . מכאן ש: .*
2. *נבחר לשם נוחות . הראו בעצמכם שכל אחת מבין 8 הפונקציות מתקבלת.  
     
   מצד שני, לכל בגודל 4, אי אפשר לנפץ מצבים כאלה (ואחד מהם תמיד מתקבל לכל רביעיית נקודות שנבחר במישור):*

**