

מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ה

מרצה: ארז שיינר. תאריך: 22/09/14

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה =)

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 1 \\ x + |x| & -1 < x \leq 1 \\ x + 1 & x \leq -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $f(x) + |f(x)| \leq 1$

2. מצאו את כל הפתרונות למשוואה $z^4 - z^2 = -1$

3. יהי וקטור $v = (a, b, c)$, אשר מאונך לכל וקטור במרחב. הוכיחו כי v הוא ראשית הצירים.

4. נתונה סדרה המקיימת $a_1 = 4$ ו- $a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$
הוכיחו באינדוקציה כי לכל n מתקיים $a_n > 3$

5.

א. הפעילו אינטגרציה בחלקים על האינטגרל (הידוע) $\int \frac{1}{x^2+1} dx$, כאשר $f' = 1$
ב. השתמשו בנוסחא מהסעיף הקודם על מנת לחשב את האינטגרל $\int \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

6. הגדרה: פונקציה f נקראת זוגית אם היא מקיימת את התנאי

$$\forall x \in \mathbb{R}: f(x) = f(-x)$$

א. נסחו תנאי השקול לכך שהפונקציה f אינה זוגית
ב. קבעו והוכיחו אילו מן הפונקציות הבאות הן זוגיות, ואילו לא:

$$f(x) = (e^x)^2, g(x) = e^{\cos(x)}, h(x) = (x+1)x$$

7. הוכיחו/הפריכו: לכל שלוש קבוצות A, B, C מותקיים $(A \setminus B) \cup C = (C \cup A) \setminus (B \setminus C)$