בדידה למורים- תרגיל בית 7

1. תהי קבוצה. נסמן בB את אוסף הפונקציות מA ל$\{0,1\}$. נגדיר פונקציה $f:B\to P(A)$ באופן הבא:

תהי $g\in B$ פונקציה מA ל$\{0,1\}$. אז $f(g)$ שווה לתת קבוצה של A של כל האיברים שהפונקציה g שולחת ל1. לשם הנוחות נסמן את התת קבוצה הזאת ב $g^{-1}[\{1\}]$. דרך נוספת להגדיר את הקבוצה הזאת היא: אוסף המקורות של 1.

הוכיחו שf חח"ע ועל.

2.בדקו האם הפונקציות הבאות חח"ע? על?

א. $f:\mathbb{Z}\times\mathbb{N}\to\mathbb{Q}$, המוגדרת כך: $f((a,b))=\frac{a}{b}$. (תזכורת: $\mathbb{Z}\times\mathbb{N}$ הוא הקבוצה של כל הזוגות (a,b) כך ש $a\in\mathbb{Z}$ ו $b\in\mathbb{N}$.למשל, $f(1,2)=\frac{1}{2}$)

ב. $f:\mathbb{N}\times\mathbb{N}\to\mathbb{Z}$ המוגדרת כך: $f(a.b)=a-b$.

ג. עבור שתי קבוצות A,B נגדיר $f:A\times B\to B\times A$ ע"י $f((a,b))=(b,a)$.

3. יהיו A,B,C,D קבוצות כך שיש $f:A\to B$ פונקציה חח"ע ועל, ו$g:C\to D$ פונקציה חח" ועל. נגדיר $h:A\times C\to B\times D$ ע"י: $h((a,c))=(f(a),g(c))$. הוכיחו שh חח"ע ועל.

4. יהי $A=\{1,2\}$, $B=\{3,4\}$ ו$C=\{5,6,7\}$, ותהי הפונקציה $f:B\to C$ המוגדרת: $f(3)=5, f(4)=6$.

נסמן בD את אוסף הפונקציות מA לB, ובE את אוסף הפונקציות מA לC. נגדיר פונקציה $h:D\to E$ באופן הבא: $h(g)=f\circ g$.

למשל: תהי הפונקציה $g:A\to B$ המוגדרת $g(1)=3, g(2)=4$.

אז $h(g)$ היא פונקציה מA לC שמוגדרת: $h(g)(1)=f\circ g(1)=f(g(1))=1(3)=5$, ו $h(g)(2)=f\circ g(2)=f(g(2))=f(4)=6$.

האם h חח"ע? האם היא על?