

בדידה למוריס- תרגיל בית 7

1. בדקו האם הפונקציות הבאות חח"ע? על?
 א. $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, המוגדרת כך: $f((a, b)) = \frac{a}{b}$. (תזכורת: $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ הוא הקבוצה של כל הזוגות (a, b) כך ש $a \in \mathbb{Z}$ ו $b \in \mathbb{N}$ למשל, $f(1, 2) = \frac{1}{2}$)
 ב. $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ המוגדרת כך: $f(a, b) = a - b$.
 ג. עבור שתי קבוצות A, B נגדיר $f: A \times B \rightarrow B \times A$ ע"י $f((a, b)) = (b, a)$.

2. יהיו A, B, C, D קבוצות כך שיש $f: A \rightarrow B$ פונקציה חח"ע ועל, ו $g: C \rightarrow D$ פונקציה חח"ע ועל. נגדיר $h: A \times C \rightarrow B \times D$ ע"י: $h((a, c)) = (f(a), g(c))$. הוכיחו ש h חח"ע ועל.

3. יהי $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ ו $C = \{5, 6, 7\}$, ותהי הפונקציה $f: B \rightarrow C$ המוגדרת: $f(3) = 5, f(4) = 6$.
 נסמן ב B^A את אוסף הפונקציות מ A ל B , וב C^A את אוסף הפונקציות מ A ל C . נגדיר פונקציה $h: B^A \rightarrow C^A$ באופן הבא: $h(g) = f \circ g$.
 למשל: תהי הפונקציה $g: A \rightarrow B$ המוגדרת $g(1) = 3, g(2) = 4$. אז $h(g)$ היא פונקציה מ A ל C שמוגדרת: $h(g)(1) = f \circ g(1) = f(g(1)) = 1(3) = 5$ ו $h(g)(2) = f \circ g(2) = f(g(2)) = f(4) = 6$.
 האם h חח"ע? האם היא על?

4. תהי קבוצה. נסמן ב $\{0, 1\}^A$ את אוסף הפונקציות מ A ל $\{0, 1\}$. נגדיר פונקציה $f: \{0, 1\}^A \rightarrow P(A)$ באופן הבא:
 תהי $g \in \{0, 1\}^A$ פונקציה מ A ל $\{0, 1\}$. אז $f(g)$ שווה לתת קבוצה של A של כל האיברים שהפונקציה g שולחת ל 1. לשם הנוחות נסמן את התת קבוצה הזאת ב $g^{-1}[\{1\}]$. כלומר, $f(g) = g^{-1}[\{1\}]$. דרך נוספת להגדיר את הקבוצה הזאת היא: אוסף המקורות של g ששולחים ל 1.
 הוכיחו ש f חח"ע ועל.

(דוגמא: נניח ש A היא הקבוצה $\{2, 3, 4\}$. ונקח את הפונקציה הבאה: $g \in \{0, 1\}^A$ שמוגדרת כך: $g(2) = 0, g(3) = g(4) = 1$. אז $f(g) = g^{-1}[\{1\}] = \{3, 4\}$.)