

## חשבון אינפי 1

### תרגיל 2

### התרגיל לא להגשה

1. לכל אחת מהקבוצות הבאות מצאו חסם עליון, חסם תחתון, מקסימום, מינימום (אם קיימים). נמקו את התשובות

$$A_1 = \left\{ 5 + \frac{2}{3n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{א.}$$

$$A_2 = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid (x^3 - 1)(x^2 - 16) = 0 \right\} \quad \text{ב.}$$

$$A_3 = \left\{ (-1)^n \left( 8 - \frac{5}{3^n} \right) \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ג.}$$

$$A_4 = \left\{ \frac{2n}{n^2 + 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ד.}$$

$$A_5 = \left\{ n + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ה.}$$

$$A_6 = \left\{ \sum_{i=1}^n 7 \cdot 10^{-i} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ו.}$$

$$A_7 = \left\{ \frac{1}{4} - \left( \frac{1}{3} \right)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ז.}$$

$$A_8 = \left\{ \inf \left\{ -\frac{1}{m} + \prod_{i=1}^n \frac{1}{i} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \mid m \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{ח.}$$

2. נתון  $S \subseteq T$  מה היחס בין  $\sup S, \sup T, \inf S, \inf T$  ( $\leq, \geq, <, >, =, \neq$ )

3. הוכיחו או הפריכו:

א. אם קיים מקסימום לקבוצה, אז הוא יחיד

ב. אם לקבוצה  $S$  יש מינימום, אז לכל  $c > 0$  ממשי לקבוצה  $cS = \{cs \mid s \in S\}$  יש מינימום והוא

$$c \cdot \min S$$

ג. תהינה  $S$  ו- $T$  קבוצות חסומות ולא ריקות, אזי  $\sup(S \cup T) = \max \{ \sup S, \sup T \}$

ד. תהינה  $S$  ו- $T$  קבוצות חסומות ולא ריקות, אזי  $\inf(S \cap T) = \min \{ \inf S, \inf T \}$

ה. תהי  $S$  קבוצה חסומה ולא ריקה ונגיח ש- $0 \notin S$ . נגדיר  $T := \left\{ \frac{1}{s} \mid s \in S \right\}$ , אזי  $\inf T = \frac{1}{\sup S}$

ו. תהינה  $S$  ו- $T$  קבוצות חסומות ולא ריקות של ממשיים, אזי  $\inf \{ s \cdot t \mid s \in S, t \in T \} = \inf S \cdot \inf T$

ז. תהינה  $S$  ו- $T$  קבוצות חסומות ולא ריקות של ממשיים, אזי  $\sup \{ s \cdot t \mid s \in S, t \in T \} = \sup S \cdot \sup T$

4. תהיינה  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  קבוצות חסומות ולא ריקות. מצאו  $\sup$  ו- $\inf$  של הקבוצות הבאות:

$$A - B = \{ a - b \mid a \in A, b \in B \} \quad \text{א.}$$

$$A + B = \{ a + b \mid a \in A, b \in B \} \quad \text{ב.}$$

**בהצלחה !!!**