

טענה: $V \subset \mathbb{R}^2$ פתוחה היא נגיזה נכח.

הוכחה: $\exists q_n \in \mathbb{Q}^2 = V \cap \mathbb{Q}^2$ נמוק ב

לב q_n נגזיר את הפתח P_n

להיוד הפתח הפתח הקטנים מסביב q_n שגודלם V .

אנחנו טוענים ש- $V = \bigcup_n P_n$

הסבר: היות כ $\bigcup_n P_n \subseteq V$

צריך להראות שב $x \in V$ שייך לאחד: $\bigcup_n P_n$

יהי $x \in V$, אזי קיים $\epsilon > 0$ שפתיחה סביב x

ϵ מסביב x : $P(x, \epsilon) \subseteq V$, מובן ב- V .

נבחר $n \in \mathbb{N}$ קיים $q_n \in P(x, \epsilon/2)$ - פתח צפוי הפתח הקטנים מסביב x .

ולכן: $P(q_n, \epsilon/2) \subseteq P(x, \epsilon)$

אלא הנחנו: $P(x, \epsilon) \subseteq V$

ולכן $P(q_n, \epsilon/2) \subseteq P_n$ לפי קמיר P_n פתח

הקטנים מסביב q_n שגודלם V .

כך הוכחנו כי $V = \bigcup_n P_n$

ולכן V נגיזה נכח - כמות הפתח שגודלם V .

