<u>טענה:</u> כל $V \subset \mathbb{R}^2$ פתוחה היא מדידה לבג.

<u>הוכחה:</u> נתבונן ב $\{q_n\}_{\mathbb{N}} = V \cap \mathbb{Q}^2$

לכל q_n נגדיר את הריבוע P_n

להיות הריבוע הפתוח המקסימלי מסביב ל q_n שמוכל ב V,

אנחנו טוענים ש- $V = \bigcup_{\mathbb{N}} P_n$

<u>הסבר:</u> ברור כי $\bigcup_{\mathbb{N}} P_n \subseteq V$

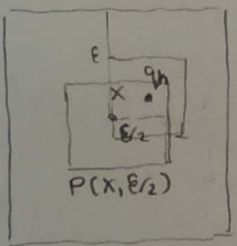
צריך להראות שכל $x \in V$ שייך לאיחוד: $\bigcup_{\mathbb{N}} P_n$

יהי $x \in V$. אזי קיים $\varepsilon > 0$ כך שהריבוע בעל צלע

ε מסביב ל-x: $P(x, \varepsilon)$, מוכל ב- V.

מצד שני, קיים $n \in \mathbb{N}$ כך ש- $q_n \in P(x, \varepsilon/2)$

-לפי צפיפות הרציונליים ב-V.



ולכן: $x \in P(q_n, \varepsilon/2) \subseteq P(x, \varepsilon)$

וכמו הנחנו: $P(x, \varepsilon) \subseteq V$

ולכן $P(q_n, \varepsilon/2) \subseteq P_n$ לפי בחירת P_n כריבוע

<u>המקסימלי</u> מסביב ל q_n שמוכל ב-V.

בכך הוכחנו כי $V = \bigcup_{\mathbb{N}} P_n$.

ולכן V מדידה לבג - כאיחוד בנ"מ של מלבנים.

Scanned by CamScanner