

תרגיל 3

שאלה 1

1. חשבו את הגבולות הבאים כאשר הם קיימים. כאשר הגבול אינו קיים - הוכיחו זאת.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\tan x} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right) \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x} \quad (\text{ג})$$

2. הוכח או הפרך כל אחת מהטענות הבאות:

(א) אם f גזירה בקטע (a, b) המכיל את x_0 ו- $f'(x_0) = 0$, אז או של- f יש ערך קיצון ב- x_0 או ש- x_0 היא נקודת פיתול של f .

(ב) אם f עולה וגזירה בקטע הפתוח (a, b) , אז f^{-1} קיימת וגזירה ב- $f((a, b))$.

(ג) תהי f פונקציה גזירה פעמיים ב- (a, b) ותהי $c \in (a, b)$.

אם $f'(c) > 0$ ו- $f''(c) = 0$, אז c היא נקודת פיתול של f .

שאלה 2

1. חקרו את הפונקציות הבאות

$$x - 2 \arctan x \quad (\text{א})$$

$$x^x \text{ בתחום } x > 0 \quad (\text{ב})$$

$$x + \sin(2x) \text{ בתחום } -2\pi \leq x \leq 2\pi \quad (\text{ג})$$

$$\frac{|1-x^2|}{x} \text{ (שימו לב במיוחד להתנהגות הפונקציה ב } x = \pm 1 \text{)} \quad (\text{ד})$$

$$|x|e^{-|x-1|} \quad (\text{ה})$$

2. מה צריך להיות האורך של צלעות מלבן

(א) אם חייבים שהיקפו יהיה a ורוצים ששטחו יהיה מקסימלי.

(ב) אם חייבים ששטחו יהיה a ורוצים שהיקפו יהיה מינימלי.

3. מצאו משוואת ישר העובר דרך הנקודה $(3, 4)$ אשר יוצר עם הצירים (ברביע הראשון) משולש בעל שטח מינימלי.

4. מצאו את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות של הפונקציה

$$2x - \arccos \frac{1}{x}$$

בהנאה!