

## תרגיל 4

1. הוכיחו שהחוגים הבאים איזומורפיים:

(א)

$$R = \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 \rangle, \quad S = \mathbb{Z}_2[x]/\langle x^2 - 1 \rangle$$

(ב)

$$R = \mathbb{C}[x,y]/\langle xy-1 \rangle, \quad S = \mathbb{C}[x,y]/\langle x^2+y^2-1 \rangle$$

2. הוכיחו שהחוגים הבאים אינם איזומורפיים:

$$R = \mathbb{Q}[x]/\langle x^2 \rangle, \quad S = \mathbb{Q}[x]/\langle x^2 - 1 \rangle$$

$$3. \text{ הוכיחו: } \mathbb{Z}[\frac{1}{3}]/5\mathbb{Z}[\frac{1}{3}] \cong \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$$

4. קבעו האם החוגים הבאים הם שדות. נמקו את קביעתכם.

$$(א) \mathbb{Z}_3[x]/\langle x^2 + 1 \rangle$$

$$(ב) \mathbb{Z}_3[x]/\langle x^2 + 2 \rangle$$

5. יהי  $\varphi : R \rightarrow S$  הומומורפיזם של חוגים ו- $I \trianglelefteq S$  אידיאל מקסימלי. הוכיחו/הפריכו:  
 $\varphi^{-1}(I)$  אידיאל מקסימלי של  $R$ .

6. תנו דוגמה לחוגים  $R, S$ , אפימורפיזם  $\varphi : R \rightarrow S$  ואידיאל מקסימלי  $I \trianglelefteq R$  אידיאל מקסימלי, כך ש- $\varphi(I) = S$ .