

## שיווי משקל בייסיאני - המשך

יש הסתברות  $p$  שהשחקן הראשון חזק

Strong	Fight	Not	Weak	Fight	Not
Fight	1, -2	2, -1	Fight	-2, 1	2, -1
Not	-1, 2	0, 0	Not	-1, 2	0, 0

נסתכל על אסטרטגיה  $(S : F, W : F)$  של השחקן הראשון (כלומר - אם הוא חזק  $(S)$  הוא ילחם  $(F)$ , ואם הוא חלש  $(W)$  הוא גם ילחם). נסתכל על Expected Utility של השחקן השני:

$$EU_2(F) = p \cdot (-2) + (1 - p) \cdot 1 = -2p + 1 - p = -3p + 1$$

$$EU_2(N) = p \cdot (-1) + (1 - p) \cdot (-1) = -1$$

$$-3p + 1 > -1 \implies 2 > 3p \implies \frac{2}{3} > p$$

לכן  $(S : F, W : F)$ , שיווי משקל עבור  $p < \frac{2}{3}$ .  
 מה עם  $(S : F, W : N)$ ? אינטואיטיבית, שיווי המשקל הקודם אומר שאם הסיכוי שהשחקן הראשון חזק קטן מ- $\frac{2}{3}$ , כדאי לשחקן השני להילחם. לכן כדאי לו לא להילחם אם  $p > \frac{2}{3}$ .  
 שיווי משקל מסוג  $(S : N, W : N)$  אינם אפשריים, שכן עבור שחקן ראשון חזק להילחם זו אסטרטגיה דומיננטית. באותו אופן גם  $(S : N, W : F)$  לא אפשרי.  
 נבדוק את Expected Utility של השחקן השני מ- $(S : F, W : N)$ , וגם כאן נקבל שכדאי לשני להילחם אם  $p < \frac{2}{3}$  ולא להילחם אם  $p > \frac{2}{3}$ . לכן יש לנו שני שיווי משקל.

## שיווי משקל בייסיאני מושלם - Perfect Bayesian Equilibrium

דיברנו על 3 סוגים של שיווי משקל:

- שיווי משקל נאש (על בסיס אסטרטגיות טהורות, מעורבות)
- Subgame Perfect Equilibrium.
- Bayes Nash.

### הגדרה - Information Set

קבוצת מצבים בהם השחקן שאמור לבחור פעולה אינו יודע באיזה מהם הוא נמצא.

### הגדרה - Belief

אמונה היא הסתברות ששחקן Information Set משייך ללהיות בכל אחד מהמצבים. האמונות כאן צריכות להתאים ככל האפשר למציאות.

"אמונה" זה מונח טכני. זה לא "תחושה" שיש לשחקן, אלא צריך להיות מבוסס על הסתברויות והתפלגויות.

## הגדרה - Perfect Bayesian Equilibrium

- סט של אסטרטגיות  $\sigma^* = (\sigma_1^*, \dots, \sigma_N^*)$  ואמונות של כל שחקן בכל Information Set כך ש:
- Bayesian Beliefs - האמונות נובעות מהאסטרטגיות של כל הצדדים לפני ההגעה ל-Information Set.
  - Sequential Rationality - האסטרטגיות אופטימליות בכל נקודה, בהתחשב באמונות.
- כלומר - ההסתברויות בהן לאף שחקן אין אינטרס לסטות באף שלב. כל שחקן צריך להתחשב באמונה שלו לגבי ההסתברויות שהשחקנים האחרים השתמשו בשביל האסטרטגיה שלהם.
- Subgame Perfect Equilibrium רגיל הוא שכן יש התחשבות בהסתברויות.
  - כאן אין ידע לגבי טיפוסים, והאמונות מתייחסות לאסטרטגיות מעורבות.
  - האמונות מתעדכנות לפי השלבים הקודמים.

## Signaling Games

משחקים בהם מעניין לחפש Perfect Bayesian Equilibrium הם Signaling Games. במשחקים האלה יש sender ו-recipient:

- ה sender מקבל "מידע פרטי" (למשל - האם הוא חלש או חזק? האם הרכב שהוא מוכר טוב או גרוע?)
- ה sender בוחר לשלוח message ל-recipient.
- ההודעה הזו משפיעה על התגובה של recipient ועל התמורות של שני השחקנים.
- דוגמאות:
  - סטודנט יודע אם הוא טוב או לא. הוא בוחר אם ללכת לקולג' או לא. החברה שבה הוא הולך לעבוד לא יודעת אם הוא טוב או לא, אבל היא יודעת אם הוא הלך לקולג', ולפי זה מחליטה כמה לשלם לו.
  - utility לחברה לא תלוי בשאלה אם הוא הלך לקולג' אלא רק בשאלה אם הוא טוב או לא - אבל היא יכולה להחליט רק לפי ההליכה או אי ההליכה לקולג'.
  - לקוח יודע אם התביעה שלו נגד חברה מבוססת או לא. הוא בוחר אם לקחת עורך דין יקר או זול. החברה צריכה להחליט אם ללכת לפשרה לפי העורך דין, בלי לדעת אם התלונה מבוססת.

### דוגמה למשחק

- Nature נותן ל sender טיפוס  $S_1$  בהסתברות  $p$  וטיפוס  $S_2$  בהסתברות  $1 - p$
- ה sender שולח  $u$  או  $d$ .
- ה recipient צריך לבחור פעולה  $l$  או  $r$  לפי ההודעה ( $d$  או  $u$ ), בלי לדעת אם ה sender הוא  $S_1$  או  $S_2$ .

