

## אלגברה מופשטת 3 – תרגיל 1

1. מצאו את ה-gcd של  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ ,  $g(x) = x^2 - x - 3$  מעל  $\mathbb{Q}[x]$ .

2. הוכיחו:  $x^3 - nx + 2 \in \mathbb{Z}[x]$  אי-פריק, עבור  $n \neq -1, 3, 5$  מעל  $\mathbb{Z}$ .

3. בדקו האם הפולינומים הבאים אי-פריקים מעל  $\mathbb{Q}$

i.  $x^3 - 3x - 1$

ii.  $x^3 - 7x + 1$

iii.  $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 2x + 1$

iv.  $x^4 - 10x^2 + 1$

רמז: הראו שאין לו שורשים ושאינן מקדמים רציונאליים  $a, b, c$  כך ש:

$$x^4 - 10x^2 + 1 = (a + cx + x^2)(b - cx + x^2)$$

4.  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  הוכיחו: אם  $f(0), f(1)$  והמקדם המוביל אי-זוגיים אז ל- $f(x)$  אין

שורשים ב- $\mathbb{Q}$ .

5. בדקו האם לפולינום הבא יש שורשים ב- $\mathbb{Q}$ :

$$f(x) = 15x^{19} + 7x^{13} - 2x^8 + 13x^6 - 12x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 28x + 343$$