

## תרגיל 8 אלגברה ליניארית למורים באר שבע תש"ף

17 ביוני 2020

1. בדקו האם הקבוצה  $A$  פורשת את המרחב  $V$ :

$$A = \{x^2 + 2x + 2, x - 2, 5x^2 + 4\}, V = \mathbb{R}_2[x] \quad (\alpha)$$

$$, V = \mathbb{R}^4 \quad (\beta)$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 37 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}, V = \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (\gamma)$$

2. בדקו האם הקבוצה  $A \subseteq V$  היא בת"ל:

$$.A = \{x^2 + 2x + 2, x - 2, 5x^2 + 4\}, V = \mathbb{R}_2[x] \quad (\alpha)$$

$$, V = \mathbb{R}^4 \quad (\beta)$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$.A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 37 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}, V = \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (\gamma)$$

3. ב- $\mathbb{R}^3$ , נתבונן בקבוצה הבאה:

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ k \end{pmatrix} \right\}$$

כאשר  $k$  פרמטר ממשי. מצאו לאלו ערכים של  $k$  הקבוצה  $A$  היא בת"ל, ולאילו ערכים של  $k$  הקבוצה  $A$  פורשת את  $\mathbb{R}^3$ .

4. יהי  $V$  מרחב וקטורי ויהיו  $v_1, \dots, v_n \in V$  כך שהוקטור  $v_n$  הוא צירוף ליניארי של הוקטורים  $v_1, \dots, v_{n-1}$ . הוכיחו שהקבוצה  $\{v_1, \dots, v_n\}$  תלויה ליניארית.

5. יהיו  $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^k$  וקטורים ותהי  $A \in \mathbb{R}^{m \times k}$ . הוכיחו או הפריכו:

(א) אם  $v_1, \dots, v_n$  בת"ל אז  $Av_1, \dots, Av_n$  בת"ל.

(ב) אם  $Av_1, \dots, Av_n$  בת"ל אז  $v_1, \dots, v_n$  בת"ל.