

תרגיל מספר 1 מבנים אלגבריים

28 באוקטובר 2014

קבע לכל אחת מהקבוצות והפעולות הבאות קבע האם היא אגודה/מונאיד/חבורה. במידה שקיימת יחידה שמאלית/ימנית/דו"צ מצא אותה. במידה שמדובר בחבורה מצא את ההופכי של איבר נתון.

1. הקבוצה $G = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ עם הפעולה

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) + (b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4)$$

כאשר $a_i + b_i$ הוא חיבור מודולו 2.

2. יהא \mathbb{F} שדה. אזי הקבוצה $G = \mathbb{F}^* = \mathbb{F} \setminus \{0\}$ עם הכפל של השדה.

3. המטריצות $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid 0 < a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

4. השלמים $G = \mathbb{N}$ עם פעולה $a * b = a^b$

5. תת קבוצה של הפולינומים $X = \{p(x) \in \mathbb{R}[x] \mid p(1) = 0\}$ עם חיבור פולינום רגיל.

6. השלמים $G = \mathbb{N}$ עם פעולה מקסימום $a * b = \max\{a, b\}$

7. קטעים פתוחים בקבוצת הממשיים

$$G = \{(a, b) \subseteq \mathbb{R} \mid a < b, a, b \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}\} \cup \{\emptyset\}$$

עם פעולת חיתוך קבוצות.

8. תת קבוצה של המטריצות $G = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.

9. תת קבוצה של מטריצות משולשיות $G = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ עם כפל מטריצות רגיל.