

אינפי 4 - תרגיל 11

1. טבעת מוביזס ברדיוס R ובעובי a היא משטח דו מימדי ב- \mathbb{R}^3 המוגדר לפי המשוואה

$$\begin{cases} x(t, v) = (R - t \sin(\frac{v}{2})) \cos v \\ y(t, v) = (R - t \sin(\frac{v}{2})) \sin v \\ z(t, v) = t \cos \frac{v}{2} \end{cases}$$

כאשר $v \in [0, 2\pi]$, $t \in [-a, a]$. ודאו כי משפט סטוקס לא נכון עבורה והסבירו מדוע. הצעה: בחרו שדה וקטורי מתאים והראו כי אין שיוויון בין שני הצדדים.

2. תהי $RS^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = R^2\}$ ספירה ברדיוס R ו- F שדה המקיים את תנאי משפט סטוקס. חשבו את $\iint_{RS^2} (\nabla \times F) \cdot \hat{n} dS$.

3. חשבו את $\int_C F dr$ כאשר $F(x, y, z) = (xy, x^2, z^3)$ ו- C חיתוך הפרבולויד $z = x^2 + y^2$ עם המישור $z = y$ המכוון חיובית ביחס לנורמל $(0, -1, 1)$ למישור הנתון.

4. תהי C שפה של משטח M עליו חלים תנאי משפט סטוקס והיו ψ_1, ψ_2 זוג שדות וקטוריים $\psi_i \in C^2(M)$. הראו כי בסימונים הללו

$$\int_C \psi_1 \nabla \psi_1 dr = - \int_C \psi_2 \nabla \psi_1 dr = \iint_M (\nabla \psi_1 \times \nabla \psi_2) dS.$$

5. חשבו את $\int_C F dr$ עבור $F = (x^2 - a(y+z), y^2 - az, z^2 - a(x+y))$ ו- C הוא החיתוך בין הגליל $\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = a^2 \\ z \geq 0 \end{cases}$ ו- RS^2 באוריינטציה בה המשיק לעקומה C ב- $x=0$ מקביל ל- $(0, -1, 0)$.