

משך המבחן – שלוש שעות. השימוש במחשבון מותר. מרצה – דר' ארז שיינר

כל שאלה שווה 28 נקודות, כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהינה  $G, H$  חבורות סופיות כך ש  $|G| = |H|$ .

א. יהיו  $a, b \in G$  איברים מסדר  $n$ . הוכיחו/הפריכו: גם  $ab$  הוא איבר מסדר  $n$ .

ב. יהי  $\varphi: G \rightarrow H$  הומומורפיזם, הוכיחו כי  $\varphi$  איזומורפיזם אם ורק אם  $\ker(\varphi) = \{e_G\}$ .

2. תהא  $G$  תת חבורה של  $S_n$ , ותהא  $H \subseteq G$  קבוצת כל התמורות בעלות סימן חיובי (זוגיות) ב  $G$ .

א. נניח שקיימת  $f \in G$  תמורה בעלת סימן שלילי (אי זוגית). הוכיחו ש  $fH$  היא קבוצת כל

התמורות בעלות סימן שלילי ב  $G$ .

ב. הוכיחו שאם קיימת תמורה בעלת סימן שלילי ב  $G$ , אז כמות התמורות הזוגיות ב  $G$  שווה

לכמות התמורות האי זוגיות.

3. בוב רוצה לשלוח לאליס מסר מוצפן בשיטת RSA.

אליס פרסמה את המפתח הציבורי  $n = 265$ ,  $e = 3$ .

א. חשבו את הפרמטרים הסודיים  $m = \phi(n)$ ,  $d = e^{-1} \pmod n$ . מדוע יכולתם לעשות זאת?

ב. בוב שלח לאליס את המידע המוצפן  $155 = x^3 \pmod n$ .

מהו המידע  $x$  שבוב שלח לאליס?

4. נביט במטריצה  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  נתון כי הקוד הלינארי המתאים ל  $A$  מקיים כי המרחק המינימלי בין

שתי מילים חוקיות הוא  $d_{\min} = 2$ .

א. מצאו את  $a$ .

ב. נתון כי  $v$  הינה מילה חוקית, והמילה  $v'$  מתקבלת משגיאה אחת ב  $v$ .

נתון כי  $v' = (1,1,1,1,1)$  מצאו את  $v$ .