

פתרון תרגיל 3

19 ביולי 2017

1. פתרונות לשאלה 12 בקישור.
2. פתרון לשאלה 13 בקישור.
3. פתרון לשאלה 15 בקישור (סעיפים 2,3,4,5).
4. לכל פרמטריזציה $\gamma : I \rightarrow \Gamma$ ולכל חלוקה $p_0 < \dots < p_n$ של הקטע I ולכל בחירה של נקודות $t_i \in [p_{i-1}, p_i]$ כל סכום רימן

$$\sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))$$

מקיים

$$\begin{aligned} \left| \sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})) \right| &\leq \sum_{i=1}^n |F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))| \\ &\leq \sum_{i=1}^n \|F(\gamma(t_i))\| \|\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})\| \\ &\leq M \sum_{i=1}^n \|\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1})\| \\ &\leq ML(\Gamma) \end{aligned}$$

האי שוויונות נובעים מאי-שוויון קושי-שוורץ, הגדרת אורך עקומה והנתון. מכיוון ש האיטגרל $\int_{\Gamma} F \cdot d\gamma$ (במידה וקיים) הוא גבול של סכומים מהצורה

$$\sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))$$

הערך $|\int_{\Gamma} F \cdot d\gamma|$ הוא גבול של סכומים מהצורה $|\sum_{i=1}^n F(\gamma(t_i)) \cdot (\gamma(p_i) - \gamma(p_{i-1}))|$ שכל אחד מהם חסום על ידי $ML(\Gamma)$ והאי-שוויון נובע.