

חדו"א 1 תרגיל מספר 5 תשפ"א - גבולות של פונקציה

ענו על השאלות הבאות:

חלק א

1. הראו לפי הגדרת הגבול של קושי כי מתקיים $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x+2}{5x} = \frac{6}{5}$

2. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 + 18x + 72}$

3. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^9 + 4x^2 + 4}{3x^9 + 3x^8 + 2}$

4. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x}{9}\right)^{\frac{x^2 - 20x + 100}{x - 9}}$

5. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x^2 - 5x - 10} - \sqrt{7x^2 + 7x - 14}}{\sqrt{2x^2 - 2}}$

6. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + 2x - 9} - \sqrt{2x^2 - 5}}{7x - 14}$

7. חשבו את הקבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{4 + \sin\left(\frac{1}{-5x^3}\right)}$

חלק ב

1. יהיו $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציות רציפות. הוכיחו/הפריכו:

(א) הפונקציה $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$ היא רציפה.

(ב) כל פונקציה $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שעבור כל x ממשי מקיימת $h(x^2) = f(x)g(x)$ היא רציפה. (לא)

2. יהיו $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציות המקיימות כי $f(x), g(x) \geq 0$ לכל x ממשי. הוכיחו/הפריכו:

(א) אם קיים $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ אז לסדרה $a_n = f(n)$ קיים גבול $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(ב) אם קיים $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)] = 0$ אז קיים $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ או קיים $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

בהצלחה! ☺