

מבנים אלגבריים 1

תרגיל 1

תאריכי הגשה: שבוע ממועד התרגול בו ניתן התרגיל אליו נרשמתם. הגשה לידי המתרגל בלבד.

נא לכתוב על התרגילים שם, ת.ז. ומספר קבוצה

1.

- א. מצאו שני מספרים שלמים m, n כך ש- $\gcd(21, 77) = 21m + 77n$
ב. מצאו שני מספרים שלמים m, n כך ש- $\gcd(3465, 150) = 3465m + 150n$
ג. מצאו שני מספרים שלמים m, n כך ש- $\gcd(30, 455) = 30m + 455n$

2. הוכיחו שאם $d = \gcd(a, b)$ הוא מחלק משותף של a ו- b (מספרים שלמים) אז $\gcd(a/d, b/d) = 1$.
אם ורק אם $\gcd(a/d, b/d) = 1$.

3. מצאו לפי האלגוריתם של אוקלידס את המחלק המשותף המקסימלי $(840, 575)$.

4. הוכיחו את הטענות הבאות:
הערה: כל המשתנים להלן מייצגים מספרים שלמים.

- א. אם d ממ"מ של a ו- b אזי לכל x כך ש- $x|a \wedge x|b$ מתקיים $x|d$.
ב. השתמשו ב- (א) עמ"נ להוכיח ש- $(ab, ac) = a \cdot (b, c)$
ג. אם $(a, b) = d$ אזי $(a+b, a-b) | 2d$.
ד. הוכיחו $(a, bc) | (a, b) \cdot (b, c)$

5. הוכיחו: לכל שלושה מספרים שלמים a, b, c , אם $a|c$, $b|c$ ו- $\gcd(a, b) = 1$ אזי $ab|c$.

6.

- א. מצאו x שלם חיובי כך ש- $17x \equiv 1 \pmod{53}$.
ב. מצאו a שלם כך ש- $a \equiv 1 \pmod{11}$, $a \equiv 2 \pmod{3}$, $a \equiv 4 \pmod{5}$.