אינפי 1 - תרגיל בחירה 2 (הקבוצה של ניר)

מבוא לגבול הסידרה

28 באוקטובר 2015

הנחיות כלליות

- הגשת התרגיל עד 3.11.15 בשעה 23:59 לתיבה שלי (כזכור תא 48), במייל או בשעת התרגול.
- לשאלות, ייעוץ והכוונה ניתן לפנות לכתובת nir.schwartz1@biu.ac.il.

הנחיות לתרגילים

- השבוע נראה טענה שנובעת מהגדרת הגבול
- אע"פ שיש ללמה זה הוכחה בעזרת אריתמטיקה של גבולות וכן בעזרת שימוש בהגדרה למטה המטרה היא שתתרגלו את הגדרת הגבול ולכן **פתרונות שלא יעשו שימוש בהגדרת הגבול (עם ε וכד') לא יקבלו את מלוא הניקוד.**

אם אתם רואים שאינכם מצליחים לאחר פרק זמן מכובד, אל תבזבזו זמן! חזרו על החומר מההרצאה והתרגול לקראת התרגיל הבא המתרגש עלינו שאעלה כבר בשבוע הבא לנוחיותכם.

2 תרגול חסמים והגדרת הגבול

הגדרה

תהי סידרה $\{a_n\}_n$. נאמר שסידרה זו תת אדיטיבית אם מתקיים לכל $n, m \in \mathbb{N}$

$$a_{n+m} \leq a_n + a_m$$

טענה

תהי סידרה $\{a_n\}$ תת אדיטיבית אזי:

1. גבול הסדרה $b_n = \frac{a_n}{n}$ קיים במובן הרחב, ז"א $\exists \lim b_n \in [-\infty, \infty]$.[1]
2.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = \inf \frac{a_n}{n}$$

הערה

ההוכחה של הטענה משתמשת רק בϵ, n_0 לכן בה"כ אתם יכולים להניח שהגבול של b_n סופי. ההוכחה במקרה ש$b_n \to \pm\infty$ דומה.

$\boxed{\mathcal{GOOD\ LUCK}!\smile}$

[1]אכן, שימו לב שכיוון שלא דרשנו חסימות מלרע של $\{a_n\}$ יתכן ש$\inf a_n = -\infty$ כמו לדוגמה במקרה של $a_n = -\left(n^2\right)$.