תרגיל בית מספר 6

<u>שאלה 1</u> (מבחן תשנ"ה)

א. כתבו נוסחת טיילור בנקודה $(0,0)$ עם שארית Peano לפונקציה $f(x,y)=\frac{1}{1-xy}$ עד סדר 8. (השתמשו בנוסחת סכום של סדרה הנדסית)

ב. באמצעות סעיף א' מצאו $D^{\alpha}f(0,0)$ עבור $\alpha=(4,4)$

ג. באמצעות סעיף א' מצאו $\frac{\partial^6 f}{\partial x^2 \partial x^4}(0,0)$

<u>שאלה 2</u> (מבחן תשס"ד)

כתבו פיתוח טיילור של $f(x,y)=\sin(xe^y)$ מסדר 2 סביב הנקודה $(x_0,y_0)=\left(\frac{\pi}{2},0\right)$, עם שארית בצורת Peano.

<u>שאלה 3</u>

כתבו פיתוח טיילור (עם שארית Peano) של $g(x,y)=x^2-2yx+y^3$ סביב הנקודה $(1,3)$ עד סדר 2. עשו זאת מבלי לחשב נגזרות חלקיות!

<u>שאלה 4</u>

נתבונן בפונקציה $f(x,y)=e^{x^2y^3}$.

א. כתבו פיתוח טיילור (עם שארית Peano) עד סדר 19 סביב הנקודה $(0,0)$.

ב. באמצעות סעיף א' חשבו את $\frac{\partial^{19} f(0,0)}{\partial x^8 \partial y^{11}}$

<u>שאלה 5</u>

<u>הגדרה</u>: נתבונן בשתי פונקציות $f,g:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$. נאמר ש- $f(x)=o(g(x))$ כאשר $x\to 0$ אם $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}=0$.

<u>אצלנו</u>: נציב $g(h)=\|h\|^r$, $f(h)=o\left(\|h\|^r\right)$ כאשר $h\to 0$ ואז המשמעות היא ש-

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{\|h\|^r}=0.$$

<u>תרגיל</u>:

א. הוכיחו או הפריכו: $g(x)=o\left(f(x)\right) \iff f(x)=o\left(g(x)\right)$ כאשר $x\to 0$.

ב. תהי $0\neq\alpha\in\mathbb{R}$. הוכיחו: $f(x)=o\left(g(x)\right) \iff f(x)=o\left(\alpha g(x)\right)$

ג. הוכיחו: אם $g(h)=o\left(\|h\|^m\right)$, $f(h)=o\left(\|h\|^r\right)$ אזי $f(h)g(h)=o\left(\|h\|^{r+m}\right)$

<u>שאלה 6</u>

כתבו פיתוח טיילור (עם שארית Peano) עד סדר 2 סביב הנקודה $(0,0)$ לפונקציה $f(x,y)=e^{2x}\ln(1+y)$. עשו זאת תוך שימוש בטורים הידועים מאינפי' 2.

בהצלחה!