

מבחן לדוגמא – חדו"א 1 הנדסה

משקל כל שאלה 20 נק', ענו על כל השאלות.

כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left( \frac{n^n}{n!} \right) \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{\sqrt{2x^2+2}-(x+1)} \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) \ln(\cos(x))}{x^2 \cdot 2^x} \quad \text{א.}$$

2.

$$\text{א. חשבו את } \int_1^{\infty} \frac{1}{(x+1)(x^2+x+1)} dx$$

$$\text{ב. תהי } f(x) = \sqrt{\sin(x^4)} \text{ . חשבו את } f'(0)$$

3.

$$\text{ג. מצאו את הערך המקסימלי של הפונקציה } \frac{2x}{1+x^2} \text{ בציר הממשיים.}$$

$$\text{ד. הוכיחו כי לכל } x > 0 \text{ מתקיים } 0 < \ln(1+x^2) \leq x$$

$$4. \text{ תהי } f \text{ פונקציה רציפה וחיובית בכל הממשיים, המקיימת } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

$$\text{א. הוכיחו כי } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - x = -\infty$$

$$\text{ב. הוכיחו כי קיימת נקודה בה } f(c) = c$$

$$5. \text{ תהי סדרה מונוטונית חיובית } a_n \text{ כך ש } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}} = 3$$

$$\text{א. הוכיחו כי } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$$

$$\text{ב. נניח כי } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in \mathbb{R} \text{ מצאו את } L$$

6.

$$\text{א. חשבו את גבול הסדרה } a_n = \ln \left( \sqrt[n]{\frac{n+1}{n}} \right) + \ln \left( \sqrt[n]{\frac{n+2}{n}} \right) + \dots + \ln \left( \sqrt[n]{\frac{n+n}{n}} \right)$$

$$\text{ב. חשבו את } \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ עד רמת דיוק של } h = 0.001$$