

1. א. הוכח $|R| = |(0,1)|$.

ב. הוכח $|(-1,1)| = |(-a,a)| \quad \forall a \in \mathbb{R}^+$.

ג. השתמש ב-ב' כדי להראות שעוצמת הריבוע $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1 \wedge -1 < y < 1\}$ שווה לעוצמת המלבן $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -2 < x < 2 \wedge -3 < y < 3\}$.

ד. הוכח שעוצמת הריבוע $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1 \wedge -1 \leq y \leq 1\}$ שווה לעוצמת העיגול $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

העזור במעויין $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}$ יחד עם קב' A, והוכח לגביהן ש $|A| = |C|$, וכמו כן בעובדה ש $|A| \geq |B| \Leftrightarrow \exists f : A \xrightarrow{ע} B$.

2. הוכח $|N| = |N \times N|$.

3. יהיו B,A קבוצות סופיות. הוכח $|B|^{|A|} = |\{f : A \rightarrow B\}|$ פונקציות.

4. הנח נכונות של (3) למקרה הכללי (כלומר, B,A לא בהכרח סופיות) והוכח $P(A) = 2^{|A|}$. (רמז: בנה התאמה חז"ע ועל מ-P(A) לקבוצת הפונקציות $\{f : A \rightarrow \{0,1\}\}$).

5. יהיו B,A קבוצות שוות עוצמה ויהיו $a \in A, b \in B$. הוכח $|A \setminus \{a\}| = |B \setminus \{b\}|$.