

## פיסיקה למתמטיקאים

## החוק השני של ניוטון

1. על חלקיק בעל מסה  $m$  פועל כח הפרופורציוני למהירות  $F(v) = -bv^2$ . ב  $t = 0$  החלקיק נמצא בראשית ומהירותו ההתחלתית  $v_0$ . מצאו את מיקומו כפונקציה של הזמן.

מאינטגרציה על משוואת התנועה  $m\ddot{x} = m\dot{v} = -bv$ ,  $v(0) = v_0$  נקבל

$$(1) \quad v(t) = \frac{v_0}{1 + \frac{bv_0}{m}t},$$

ומאינטגרציה על (1) נקבל

$$(2) \quad x(t) = \frac{m}{b} \ln \left( 1 + \frac{bv_0}{m}t \right).$$

2. חלקיק בעל מסה  $m$  ומטען  $q$  נע באזור בו פועלים שדות מגנטי וחשמלי אחידים וקבועים בכיוון  $\hat{z}$ ,  $\vec{B} = B\hat{z}$ ,  $\vec{E} = E\hat{z}$ . בהתאמה.

(א) רשמו את משוואות התנועה

על החלקיק פועל כח לורנץ  $\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$ . משוואות התנועה תיכתבנה אפוא וקטורית בצורה  $m\vec{a} = m\dot{\vec{v}} = \vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$ , וברכיבים:

$$m\dot{v}_x = qBv_y, \quad (3)$$

$$m\dot{v}_y = -qBv_x, \quad (4)$$

$$m\dot{v}_z = qE. \quad (5)$$

(ב) מצאו את המהירות בהינתן ש  $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$  נסמן  $\omega = qB/m$  ונקבל

$$v_x = v_0 \cos \omega t, \quad (6)$$

$$v_y = -v_0 \sin \omega t, \quad (7)$$

$$v_z = \frac{qE}{m}t. \quad (8)$$

(ג) מצאו את המיקום בהינתן שהתנועה מתחילה בראשית מאינטגרציה על המשוואות ב (ב) נקבל

$$x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t, \quad (9)$$

$$y = \frac{v_0}{\omega} (\cos \omega t - 1), \quad (10)$$

$$z = \frac{qE}{2m} t^2. \quad (11)$$

המסלול הינו בורג בעל חתך מעגלי  $(\frac{v_0}{\omega})^2 = x^2 + (y + \frac{v_0}{\omega})^2$  כתואר בשרטוט.

(ד) כמה סיבובים יבצע החלקיק עד לגובה  $h$  ?

נסמן ב  $t_h$  את הרגע בו החלקיק בגובה  $h$ . עד לנקודה זו, יבצע לכל הפחות  $n$  סיבובים. כלומר  $nT \leq t_h \leq (n+1)T$  כאשר  $T = 2\pi/\omega$  זמן המחזור.

$$n = [t_h/T] = [\frac{E}{\pi} \sqrt{qh/2mE}]$$

נשים לב כי מספר הסיבובים עולה עם השדה המגנטי  $B$  (התדירות הזויתית) ויורד עם השדה החשמלי  $E$  (התאוצה בכיוון  $\hat{z}$ ).

