

תרגיל 7 - אינפי 4

שאלה 1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

1. $\int_M z dS$, כאשר

$$M = \{(x, y, z) \mid x = u \cos t, y = s \sin t, z = t, 0 \leq u \leq 1, 9 \leq t \leq 2\pi\}$$

2. $\int_M x^2 + y^2 dS$ כאשר S הוא הכדור $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3. $\iint_M x^2 y^2 dS$ כאשר S הוא חצי כדור $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

שאלה 2. חשבו את המסה של הפרבולואיד

$$z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1$$

בעל צפיפות מסה $f(x, y, z) = z$. (אם הסיפור מבלבל מדי, פשוט חשבו את האינטגרל של הפונקציה על הפרבולואיד).

שאלה 3. חשבו את המסה של הכדור $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ כאשר צפיפות המסה בכל נקודה שווה למרחק מהנקודה עד הציר x . (הדרכה: מצאו את הפונקציית מרחק של הנקודה (x, y, z) מציר ה x והציבו אותה באינטגרל).

שאלה 4. חשבו את הטאינטגרל $\int_M F \cdot N dS$ (אינטגרל משטחי מסוג שני) עבור המקרים הבאים:

1. $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$, M הוא הגליל $x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1$ ו N הוא הנורמל החיצוני.

2. $F(x, y, z) = (1, 1, 1)$ עם $M = \{1 - 2x^2 - 5y^2 - 2xy = z, z \geq 0\}$ ו N הוא הנורמל החיצוני.

3. $F(x, y, z) = (x, 0, 1)$ ו M הוא חלק של המשטח $z = 1 - x^2$ הנמצא בין המישורים $z = 0$ ו $z = y, y = 0$ הוא הנורמל בעל רכיב z חיובי.

4. $F = (x^3, y^3, z^3)$, M הוא הגליל $x^2 + y^2 = 1024$ הנמצא בין המישורים $z = 0$ ו $z = 20$.