

# תורת הקבוצות - תרגיל בית 1

22 באוקטובר 2017

1. יהיו  $(A, <_A)$ ,  $(B, <_B)$  שתי קבוצות זרות סדרות היטב. נגדיר יחס סדר  $<$  על  $A \cup B$  באופן הבא:  
יהיו  $x, y \in A \cup B$ . אם  $x, y \in A$  אז  $x <_A y$  או  $x < y \iff x <_A y$  אם  $x, y \in B$  אז  $x <_B y$  או  $x < y \iff x <_B y$  ואם בה"כ  $x \in A, y \in B$  אז  $x < y$ .  
הוכיחו שזהו סדר טוב.
2. תהי  $A$  סדורה היטב. נסמן ב- $A^{\mathbb{N}}$  את קבוצת הסדרות האינסופית מעל  $A$ . נגדיר יחס סדר על  $A^{\mathbb{N}}$  באופן הבא:  $(a_1, a_2, \dots) < (b_1, b_2, \dots) \iff a_i < b_i$  עבור  $i = \min\{j \in \mathbb{N}, a_j \neq b_j\}$ .  
הוכח/הפרד: זהו סדר טוב.
3. תהי  $A$  קבוצה סדורה,  $B \subseteq A$  קופינלית ב- $A$ ,  $C \subseteq B$  קופינלית ב- $B$ . הוכיחו ש- $C$  קופינלית ב- $A$ .
4. יהיו  $A, B$  סדורות היטב, ונניח שיש  $f : A \rightarrow B$  איזומורפיזם סדר. הוכיחו ש- $f$  יחידה.
5. הוכח/הפרד:  $\mathbb{R} \cong \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . (איזומורפיות סדר)
6. הוכח/הפרד: יהיו  $A, B$  קבוצות סדורות. אם יש  $f : A \rightarrow B$  שומרת סדר, ו- $g : B \rightarrow A$  שומרת סדר, אז  $A$  ו- $B$  איזומורפיות סדר.
7. תהי  $A$  קבוצה סדורה היטב ו- $B$  קבוצה כלשהי, ותהי  $f : A \rightarrow B$  פונקציה על. הוכיחו שניתן להגדיר על  $B$  סדר טוב, כך ש- $f$  תהיה פונקציה שומרת סדר.