

תורת הקבוצות- תרגיל בית 1

23 באוקטובר 2017

1. יהיו $(A, <_A), (B, <_B)$ שתי קבוצות זרות סדרות היטב. נגדיר יחס סדר $<$ על $A \cup B$ באופן הבא:
יהיו $x, y \in A \cup B$. אם $x, y \in A$ אז $x <_A y$ או $x < y \iff x <_A y$ אם $x, y \in B$ אז $x <_B y$ או $x < y \iff x <_B y$ ואם בה"כ $x \in A, y \in B$ אז $x < y$.
הוכיחו שזהו סדר טוב.
2. תהי $(A, <)$ סדורה היטב. נסמן ב- $A^{\mathbb{N}}$ את קבוצת הסדרות האינסופית מעל A . נגדיר יחס סדר על $A^{\mathbb{N}}$ באופן הבא:

$$(a_1, a_2, \dots) < (b_1, b_2, \dots) \iff a_i < b_i \text{ for } i = \min\{j \in \mathbb{N}, a_j \neq b_j\}$$

- הוכח/הפרד: זהו סדר טוב.
3. תהי $(A, <)$ קבוצה סדורה, $B \subseteq A$ קופינלית ב- A , $C \subseteq B$ קופינלית ב- B . הוכיחו ש- C קופינלית ב- A .
4. יהיו $(A, <), (B, <)$ סדרות היטב, ונניח שיש $f : A \rightarrow B$ איזומורפיזם סדר. הוכיחו ש- f יחידה.
5. הוכח/הפרד: $\mathbb{R} \cong \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (איזומורפיות סדר).
6. הוכח/הפרד: יהיו $(A, <), (B, <)$ קבוצות סדרות. אם יש $f : A \rightarrow B$ שומרת סדר, ו- $g : B \rightarrow A$ שומרת סדר, אז B איזומורפיות סדר.
7. תהי $(A, <)$ קבוצה סדורה היטב ו- B קבוצה כלשהי, ותהי $f : A \rightarrow B$ פונקציה על. הוכיחו שניתן להגדיר על B סדר טוב.