

תרגיל 5 באינפי 2 למדמ"ח

שאלה 1

הוכיחו את אי השוויון

$$\frac{4}{9}(e-1) \leq \int_0^1 \frac{e^x}{(1+x)(2-x)} dx \leq \frac{1}{2}(e-1)$$

שאלה 2

חשבו את הגבול

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin t^2 dt}{x^6}$$

שאלה 3

סעיף א

נסתכל על התחום החסום על ידי

$$y = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}, \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad y = \sqrt{\cos x}$$

חשבו את נפח הגוף הנוצר מסיבוב שטח זה סביב ציר x

סעיף ב

נסתכל על התחום החסום על ידי

$$x = y^2, \quad y = x^2$$

חשבו את נפח הגוף הנוצר מסיבוב תחום זה סביב ציר ה y .

שאלה 4

מצאו את כל נקודות המינימום המקומיות של הפונקציה

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$$

בקטע $(0, \infty)$

שאלה 5

סעיף א

תהי f פונקציה המוגדרת על התחום $[a, b]$. נניח ש f היא אי שלילית, רציפה ובנוסף קיימת נקודה $x_0 \in [a, b]$ כך ש $f(x_0) > 0$. הוכיחו כי

$$\int_a^b f(x) dx > 0$$

(רמז: הראה כי יש $\delta > 0$ כך שלכל חלוקה T הסכום העליון גדול מ δ)

סעיף ב

הראו כי אם מוותרים על הדרישה ש f רציפה, הטענה בסעיף א לא נכונה (כלומר, מצאו דוגמא נגדית).