

מרצה: דר' ארז שיינר
משך המבחן: שלוש שעות
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משקל כל שאלה: 20 נק'
ענו על כל השאלות
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)(e^x - 2)}{\ln(e^x + 1) \ln(e^x + x)}$.א
 ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$.ב
 ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{4^n + 3^n}$.ג

2.

א. חשבו את $\int \sin(2x) e^x dx$

ב. חשבו את האינטגרל הבא $\int_4^{\infty} \frac{1}{x^2 - 2x - 3} dx$

3. נביט בפונקציה $h(x) = 2x^3 - 6x^2 - a(3x^2 - 12x)$

א. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה h .

ב. לכל ערך של הפרמטר $a \in \mathbb{R}$ מצאו כמה פתרונות ישנם למשוואה $2x^3 - 6x^2 = a(3x^2 - 12x)$, והוכיחו

תשובתכם.

4. תהי f פונקציה רציפה בכל הממשיים המקיימת לכל $x \in \mathbb{R}$ כי $f(x) > 0$.

א. הוכיחו/הפריכו: קיים $M > 0$ כך שלכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) > M$.

ב. הוכיחו/הפריכו: קיים $M > 0$ כך שלכל $x \in [0, 1]$ מתקיים כי $f(x) > M$.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = a_n + \sqrt{|1 - a_n|}$ לכל $n \in \mathbb{N}$.

א. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ב. לכל ערך של האיבר הראשון $a_1 \in \mathbb{R}$, מצאו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \frac{1^4 + 2^4 + \dots + n^4}{n^5}$$

ב. מצאו מספר a המקיים $\sin(1) - \frac{1}{1000} < a < \sin(1)$