

## פיסיקה למתמטיקאים

### תרגיל 3: שימור אנרגיה

1. גוף נע בשדה  $F = (x^3 + xy^2, y^3 + yx^2)$  במישור  $x - y$ .

(א) הוכיחו כי השדה משמר (רמז: השתמשו במשפט סטוקס

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int \int \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

(ב) מצאו את הפוטנציאל  $U(x, y)$

(ג) חשבו בצורה מפורשת את העבודה הדרושה להעביר את הגוף מהראש-ית לנקודה  $(2, 1)$  לאורך מסלול המחבר תחילה את הראשית עם הנקודה  $(2, 0)$  לאורך ציר  $x$  ולאחר מכן את הנקודה  $(2, 0)$  עם הנקודה  $(2, 1)$  לאורך ציר  $y$

(ד) חזרו על החישוב מסעיף ג ע"י שמוש בפוטנציאל

(ה) כתבו את הכח במערכת צירים פולרית. האם הכח מרכזי ?

2. חלקיק הנמצא על גבי כדור חסר חיכוך מתחיל בתנועה ממנוחה. באיזו זווית (ביחס לציר  $z$  המחבר את הראשית עם נקודת המנוחה של החלקיק בראש הכדור) יעזוב החלקיק את הכדור ?

3. מטוטלת מתמטית מורכבת מחוט באורך  $\ell$  ומסה  $m$  התלויה בקצהו. המטוטלת נוטה בזווית  $\theta$  ביחס לחוט בנקודת שווי המשקל.

(א) רשמו את האנרגיה הכללית (קינטית+פוטנציאלית) של המטוטלת

(ב) קבלו את משוואת התנועה בקרוב תנודות קטנות  $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$  מתוך שימור האנרגיה (רמז: קבלו בטוי לאנרגיה של אוסצילטור הרמוני)

4. חרוז מחליק על מסילה חסרת חיכוך אשר גובהה  $y$  נתון ע"י הפונקציה  $y = f(x)$ . ידוע כי בנקודה  $(x, y) = (0, 0)$  המסילה אנכית והחרוז עובר בנקודה זו עם מהירות אנכית  $-V$  (מטה). הראו כי על מנת שהמהירות בכוון האנכי תהיה קבועה ושווה ל  $-V$ , צורת המסילה נתונה ע"י  $y = f(x) = -\frac{(3gVx)^{2/3}}{2g}$