

בוחן לינארית 2 - סמסטר א' תשע"ו

יש לענות על כל השאלות הבאות.
משך הבוחן: שעה וחצי

שאלה 1:

נתונות שתי המטריצות הבאות:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

א. חשבו את הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של כל אחת מהמטריצות A, B .

ב. האם A ו- B דומות? (רמז: התבוננו במטריצות $A-I, B-I$).

שאלה 2:

יהי V מרחב לינארי ממימד סופי והיו $S, T \in \text{Hom}(V, V)$.

- א. הוכח כי אם $\lambda = 0$ הוא ערך עצמי של ST , אז הוא ערך עצמי של TS .
- ב. הוכח כי אם $\lambda \neq 0$ הוא ערך עצמי של ST ואם v הוא וקטור עצמי של ST השייך ל- λ , אז Tv הוא וקטור עצמי של TS השייך ל- λ .
- ג. הוכח כי ל- ST ול- TS יש אותם ערכים עצמיים.

שאלה 3:

נתונה המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- א. מצא עי"ע ווי"ע של A .
- ב. האם A לכסינה מעל \mathbb{R} ? אם כן, מצאו מטריצה P הפיכה ו D אלכסונית כך ש $P^{-1}AP = D$.