

דף תרגילים 10

תרגיל 1 נתונה תבנית ריבועית $Q(x, y) = -3x^2 + 4xy - 6y^2$.

- עקומה מישורית מוגדרת ע"י המשוואה $Q(x, y) = -1$. לאפיין את העקומה.
- לאפיין את המשטח המתקבל כגרף של התבנית הריבועית $z = Q(x, y)$ ולמצוא את עקמומיות גאוס של הגרף בראשית.

תרגיל 2 נסתכל על המשטח שהוא הגרף של הפונקציה $f(x, y) = y^4$.

- מיצאו פרמטריזציה, וקטור נורמל.
- מהי עקמומיות גאוס בכל נקודה של המשטח?
- בנקודות הקריטיות של $f(x, y)$, ודאו את תשובתכם באמצעות חישוב מטריצת ההסיאן.

תרגיל 3

א. מיצאו פרמטריזציה של חרוט כמשטח סיבוב של העקומה $(\phi, a\phi) = (r(\phi), z(\phi))$ באשר $a > 0$.

ב. מיצאו את מקדמי התבנית היסודית הראשונה.

ג. מיצאו את מקדמי התבנית היסודית השנייה.

ד. מיצאו את עקמומיות גאוס.

ה. מיצאו את מקדמי Γ_{ij}^k .

ו. מיצאו את המשוואות הגאודזיות.

תרגיל 4 לבטא ע"י המקדמים $g_{ij}, L_{ij}, L^i_j, \Gamma_{ij}^k$ ולפשט ככל הניתן:

א. $\langle x_j, x_{pq} \rangle g^{jp}$

$$\langle x_{pqr}, n \rangle \quad \text{ב.}$$

$$\langle x_{pq}, n_s \rangle \delta_m^q \quad \text{ג.}$$

$$g_{pq} \delta_s^q g^{st} \delta_t^p \quad \text{ד.}$$

$$\langle x_{ij}, n_k \rangle \delta_m^k g^{m\ell} \quad \text{ה.}$$

$$\langle n_i, x_j \rangle g^{i\ell} \quad \text{ו.}$$

$$\langle n_i, n_j \rangle \quad \text{ז.}$$

$$\langle n, n_{ab} \rangle \delta_c^a \quad \text{ח.}$$

$$|x_{ij}|^2 \quad \text{ט.}$$

$$\langle x_{ij}, x_k \rangle \delta_m^k g^{m\ell} \quad \text{י.}$$

תרגיל 5 נסתכל על \mathbb{R}^2 כאשר הוא מצויד בתבנית היסודית הראשונה

$$(g_{ij}) = e^{x+y} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

א. מוצאו את מקדמי Γ_{ij}^k .

ב. האם הישר $y = x$ הוא עקומה גאודזית?