

תרגיל בית 3 במתמטיקה בדידה 2

83-118 סמסטר ב' תשע"ה

שאלות המסומנות עם (-) הן יותר קלות, ושאלות המסומנות עם (+) הן יותר קשות.

שאלה 1. בדרך קומבינטורית, קל לראות שהמקדם הבינומי $\binom{n}{k}$ הוא מספר טבעי (ולא שבר), כי הוא סופר את מספר הדרכים לבחור k עצמים מתוך קבוצה בת n עצמים ללא חשיבות לסדר וללא חזרה. הוכיחו זאת בדרך אלגברית לפי ההדרכה: תחילה הוכיחו את נוסחת פסקל בדרך אלגברית:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n-1}{k-1}$$

והעזרו באינדוקציה כדי להסיק שהמקדם הבינומי הוא מספר שלם.

שאלה 2. מה מספר הדרכים להושיב 16 אנשים כך ש-6 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר סביב שולחן עגול אחר?

שאלה 3. מה מספר הדרכים להושיב 16 אנשים כך ש-6 אנשים יושבים סביב שולחן עגול והיתר על ספסל?

שאלה 4. בכיתה יש 30 תלמידים. רוצים לחלק להם כובעים לכבוד מסיבה: 7 כובעי ליצן, 18 מצנפות שינה ו-5 סומבררוס, כך שכל תלמיד יחבוש בדיוק כובע אחד. מה מספר הדרכים לעשות זאת?

שאלה 5. ועדת פרס רוצה לחלק סכום של 10,000 ש"ח בין 10 זוכים. בכמה דרכים ניתן לעשות זאת אם:

1. (-) הפרסים הם מספרים שלמים אי-שליליים?

2. הפרסים הם מספרים שלמים חיוביים (ממש) של ש"ח?

3. הפרסים הם מספרים שלמים אי-שליליים בכפולה של 100 ש"ח?

שאלה 6. (+) בחברה עובדים 11 עובדים עם גישה לכספת. הם לא סומכים אחד על השני ורוצים לודא שהכספת תפתח רק אם לפחות 6 עובדים נוכחים. כדי למלא אחר מטרה זו ניתן לשים על הכספת כמה מנעולים, ולחלק לכל עובד מפתחות של חלק מן המנעולים. כמה מנעולים צריך לכספת, וכמה מפתחות צריך לחלק לכל עובד? (נסו לחסוך במספר המנעולים והמפתחות ככל שניתן.)

שאלה 7. מחלקת אבטחת מידע דרשה שסיסמאות מחשב תהינה בנויות בדיוק מ-8 ספרות (מתוך 10 ספרות אפשריות) ומ-12 אותיות באנגלית (מתוך 52 אותיות אפשריות). בססמה מותר לחזור על ספרות ואותיות. כמה סיסמאות שונות ניתן לבנות? רפז: התחילו בספירה של מספר הדרכים לבחור את המיקום של הספרות.

בהצלחה!