

תרגיל 5 - לינארית

(1) איזה מהקבוצות הבאות היא באמת תת-מרחב של \mathbb{R}^3 ? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית!

- א. $\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 = b_2\}$
- ב. $\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 = 1\}$
- ג. $\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 b_2 b_3 = 0\}$
- ד. $\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 + b_2 + b_3 = 0\}$
- ה. $\{(b_1, b_2, b_3) \mid b_1 \leq b_2 \leq b_3\}$

(2) כתוב את הפתרון השלם של המערכת ההומוגנית הבאה :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

הוכיחו כי זהו תת-מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^4 .

(3) יהא $V = \mathbb{F}^{m \times n}$. הוכח שכל אחת מהקבוצות הבאות מהווה תת-מרחב של V (ביחס לפעולות של V):

- א. המטריצות הסימטריות.
- ב. המטריצות האלכסוניות.
- ג. המטריצות המשולשיות העליונות.

(4) קבע האם הווקטורים הבאים תלויים לינארית או בלתי תלויים לינארית:

$$a. \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad b. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}, \quad c. \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

(5) האם הווקטור $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ הוא צ"ל של הקבוצות הבאות? אם כן, רשמו את הצ"ל

המפורש. אם קיים יותר מצ"ל יחיד עבור אחת הקבוצות, יש לרשום את הפתרון הכללי וכן דוגמה מפורשת אחת.

$$a. \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad b. \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad c. \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

בהצלחה!