

משפט: תהא f פונקציה המוגדרת בקטע $[a, b]$. אזי f אינטגרבילית בקטע $[a, b]$ אם ורק אם:

$$|\overline{S}(T) - \underline{S}(T)| < \varepsilon \quad \text{עבורה מתקיים: } \varepsilon > 0 \text{ לכל קיימת חלוקה } T \text{ של } [a, b]$$

משפט: אם f פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ אז היא בהכרח אינטגרבילית בו.

משפט: אם f אינט' בקטע $[a, b]$ אז $\int_a^x f(t) dt$ עבור $x \in [a, b]$ היא פונקציה רציפה ב- $[a, b]$.

משפט: אם f רציפה ב- $[a, b]$ אז $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ היא פונקציה קדומה שלה כלומר: $F'(x) = f(x)$.

משפט: תהא f פונקציה רציפה ב- $[a, b]$ ו- $\phi(x)$ פונקציה קדומה שלה. אזי: $\int_a^b f(x) dx = \phi(b) - \phi(a)$.

משפט: אם f, g אינטגרביליות בקטע $[a, b]$ אז גם $f(x) \pm g(x)$ אינטגרבילית שם ומתקיים:

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

משפט: : אם f פונקציה מונוטונית עולה בקטע $[a, b]$ אז היא אינטגרבילית בו.

משפט: אם f אינט' בקטע $[a, b]$ אז גם $|f|$ אינט' בו ומתקיים: $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$

משפט: תהא f פונקציה רציפה בקטע $[a, b]$ ותהא g פונקציה אינטגרבילית אחרת אי-שלילית בו. אז קיימת

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = f(c) \int_a^b g(x) dx \quad \text{נקודה } c \in [a, b] \text{ בה מתקיים השוויון:}$$

משפט: תהינה f, g פונקציות אינט' בכל קטע $[a, b], b > a$ ומתקיים:

$$\int_a^\infty f(x) dx \ll \int_a^\infty g(x) dx \quad \text{מתכנס} \quad \text{אזי: } \forall x \in [a, \infty): 0 \leq f(x) \leq g(x)$$

משפט: תהינה פונקציות אינטגרביליות: $\forall x \in [a, \infty): 0 \leq g(x), f(x)$ וקיים הגבול: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L$.

נסמן: $I_f = \int_a^\infty f(x) dx, I_g = \int_a^\infty g(x) dx$. אזי: 1. אם $0 < L < \infty$ אזי I_f, I_g מתכנסים או מתבדרים כאחד.

2. אם $L = 0$ אזי: I_g מתכנס $\Leftrightarrow I_f$ מתכנס. 3. אם $L = \infty$ אזי: I_f מתכנס $\Leftrightarrow I_g$ מתכנס.

משפט: אינטגרל המתכנס בהחלט מתכנס.

משפט: תהא $\{f_k(x)\}$ סדרת פונקציות רציפות המתכנסת נקודתית בקטע I .

אם $\{f_k(x)\}$ מתכנסת במ"ש בקטע I אז בהכרח פונקציית הגבול $f(x)$ רציפה בקטע I .

משפט: יהא $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ טור פונקציות המוגדר בקטע I . אם קיים טור מספרים חיובי $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ מתכנס, כך ש:

$$I. \quad \forall k \in \mathbb{N}, \forall x \in I: |f_k(x)| \leq a_k$$

אזי $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ מתכנס במ"ש בקטע I .

משפט: תהא $\{f_k(x)\}$ סדרת פונקציות רציפות בקטע $[a, b]$ המתכנסת שם במ"ש לפונקציה $f(x)$.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_a^b f_k(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

אזי $f(x)$ אינטגרבילית ב- $[a, b]$ ומתקיים:

משפט: אם טור חזקות $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ מתכנס בנקודה $\alpha \neq 0$ אז הוא מתכנס בהחלט עבור: $|x| < |\alpha|$.

$$\frac{1}{R} = \overline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|a_k|}$$

משפט: יהא $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ טור חזקות. אזי:

משפט: יהא $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ טור חזקות עם ר"ה R . אזי לכל $0 < r < R$ הטור מתכנס במ"ש בקטע $[-r, r]$.

משפט: יהא $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ טור חזקות עם רדיוס התכנסות $R > 0$ ויהא $S(x)$ סכומו. אזי לטור הנגזרות

$$\sum_{k=0}^{\infty} (a_k x^k)' = S'(x)$$

יש את אותו רדיוס התכנסות ולכל x המקיים: $|x| < R$ מתקיים: