

תרגיל בית 8 אינפי 3

1. נתונה פונקציה

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

מצא את $f''_{xy}(0, 0)$ ואת $f''_{yx}(0, 0)$.

2. תהי $f(x, y)$ פונקציה גזירה ברציפות פעמיים בתחום $D = (0, \infty) \times (0, \infty)$. ונניח ש x, y מבוטאים באמצעות s, t לפי $x = e^{s+t}, y = e^{s-t}$ כך שניתן להגדיר הרכבה

$$g(s, t) = f(x(s, t), y(s, t))$$

הוכח כי

$$g_{st} = 0 \Leftrightarrow x^2 f_{xx} + x f_x = y^2 f_{yy} + y f_y$$

3. מצאו את פולינום טיילור סביב הנקודה $(1, 0)$ עד סדר 2 עם שארית לגרנז' של

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

4. מצאו את פולינום טיילור סביב הנקודה $(0, 0)$ עד סדר 5 של $f(x, y) = e^{x^2} \sin(2y)$

5. יהיו $a, b \in \mathbb{R}$, כתבו מחדש את הפולינום $x^3 + xy + y^2$ כך שהוא יהיה פולינום של

$$x - a, y - b$$

6. כתבו את פיתוח טיילור של $f(x, y) = \sin(xe^y)$ סביב הנקודה $(\frac{\pi}{2}, 0)$ עד סדר 2.

7. תהי $f(x, y) = e^{x^2 y^3}$.

(א) כתבו פיתוח טיילור של f סביב $(0, 0)$ עם שארית פיאונו עד סדר 19.

(ב) חשבו את $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x^8 \partial y^{11}}$